L'évaluation internationale PISA 2003 : compétences des élèves français en mathématiques, compréhension de l'écrit et sciences

Organisé sous l'égide de l'OCDE, le programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA) est une vaste enquête qui a lieu tous les trois ans, et vise à évaluer les élèves de 15 ans sur leur capacité à mobiliser et appliquer leurs connaissances dans des situations de la vie de tous les jours. Leurs compétences sont ainsi régulièrement mesurées dans trois domaines : compréhension de l'écrit, culture mathématique, culture scientifique, sous la forme d'exercices ayant fait l'objet d'un consensus entre tous les pays participants.
En 2003, c'est la « culture mathématique » qui était au cœur de l'évaluation PISA, menée dans les quarante et un pays participants. Les premiers résultats français et internationaux, publiés en décembre 2004, ont fait l'objet en France d'une Note Évaluation de la DEP, qui livrait à grands traits les résultats obtenus par l'échantillon français dans les différents domaines, en termes de score global et de classement par rapport à la moyenne internationale.
Au-delà de ces premiers constats, ce dossier présente le travail d'analyse mené à la DEPP par un groupe d'enseignants de mathématiques sur les résultats des élèves français aux différents exercices de culture mathématique de PISA 2003. Son approche se veut pédagogique, elle se focalise donc sur les compétences mises en jeu dans les exercices, sur les taux de réussite des élèves et sur l'observation de leurs productions.
Au-delà des classements, cette étude permet de mettre en lumière les points forts et les points faibles de nos élèves dans un contexte international.

ministère éducation nationale enseignement supérieur recherche

direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance [depp]

secrétariat général

collection
Les Dossiers
thème
Enseignement scolaire
titre du document
L'évaluation internationale PISA 2003 : compétences des élèves français en mathématiques, compréhension de l'écrit et sciences
éditeur
Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance
date de parution
Mars 2007
conception et impression
Département de la valorisation et de l'édition
accès internet
www.education.gouv.fr

9 782110 954121

15 euros

ISSN 1141-4642
ISBN 978-2-11-095412-1
N° 005 7 2 180

180 — les dossiers — L'ÉVALUATION INTERNATIONALE PISA 2003 : COMPÉTENCES DES ÉLÈVES FRANÇAIS EN MATHÉMATIQUES, COMPRÉHENSION DE L'ÉCRIT ET SCIENCES

[depp]

les dossiers

Enseignement scolaire

L'évaluation internationale PISA 2003 : compétences des élèves français en mathématiques, compréhension de l'écrit et sciences

ministère éducation nationale enseignement supérieur recherche

180 [mars 2007]

les dossiers

Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enseignement supérieur et de la Recherche
Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance

Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enseignement supérieur et de la Recherche
Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance
61-65 rue Dutot – 75732 Paris Cedex 15

Directeur de publication : **Daniel VITRY**

les dossiers

Responsable de ce numéro : **Anne-Laure MONNIER**

DEPP – Département de la valorisation et de l'édition
61-65 rue Dutot 75732 Paris Cedex 15
Téléphone : 01 55 55 72 04

Prix : 15 euros

Centre de documentation de la DEPP
Téléphone : 01 55 55 73 58

L'évaluation internationale PISA 2003 : compétences des élèves français en mathématiques, compréhension de l'écrit et sciences

Analyses mathématiques
Isabelle CENS, Claire DUPÉ, Rémy JOST, Anne-Laure MONNIER,
Marie-Christine OBERT, Yves OLIVIER, Danièle PEYLET, Claude TALAMONI
Analyses sciences
Ginette BOURNY, Nicolas COPPENS
Analyses lecture
Sylvie FUMEL
Statistiques
Thierry ROCHER

Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche
Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance

SOMMAIRE

Pages

<u>Préambule</u>

Organisé sous l'égide de l'OCDE, le programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA) est une vaste enquête qui a lieu tous les trois ans, et vise à **évaluer les élèves de 15 ans** sur leur capacité à mobiliser et appliquer leurs connaissances dans des situations de la vie de tous les jours. Leurs compétences sont ainsi régulièrement mesurées dans trois domaines : compréhension de l'écrit, culture mathématique, culture scientifique, sous la forme d'**exercices ayant fait l'objet d'un compromis** entre tous les pays participants. PISA n'est donc pas directement relié aux programmes d'enseignement nationaux, mais propose des épreuves mesurant des compétences générales et supposées communes aux élèves arrivant en fin de scolarité obligatoire.

Il a parfois été reproché à la France de ne pas suffisamment utiliser les résultats des évaluations internationales – en particulier PISA – pour piloter son système éducatif. A cette assertion peuvent être données plusieurs réponses : tout d'abord, si la France s'est engagée dans le programme PISA de l'OCDE depuis sa conception, ainsi que dans d'autres évaluations internationales (menées par l'IEA[1]), c'est qu'elle donne à ces évaluations comparatives internationales toute la place qui leur revient. Le plus récent témoin en est que les analyses et les réflexions conduites à partir du protocole et des résultats de PISA ont contribué à la définition du socle commun de connaissances[2]. PISA vise en effet des compétences communes et nécessaires pour la vie professionnelle et sociale des élèves arrivant en fin de scolarité obligatoire.

Cependant il est vrai que la France tient une position particulière à l'égard des résultats de PISA : si les publications de l'OCDE mettent souvent en avant les classements des pays, et les "scores" pour chacun d'eux, en France l'on s'intéresse davantage à situer notre pays par rapport à la moyenne des pays de l'OCDE, compte tenu des incertitudes de mesures inhérentes à l'instrument d'évaluation. En outre, les performances des élèves sont très variables selon les activités proposées, ce qui incite à la prudence dans l'interprétation des scores globaux, finalement agrégations de résultats disparates.
D'autre part, la France garde à l'esprit que PISA, de par sa conception même, ne permet pas de mesurer directement l'atteinte des objectifs fixés par les programmes d'enseignement français. Ce rôle est celui des évaluations-bilans nationales menées chaque année en fin d'école et fin de collège en France.

En revanche, PISA permet pour sa part une véritable **réflexion** sur notre système éducatif, en révélant **des points forts et des points faibles de nos élèves**, et en suscitant même **un questionnement sur nos pratiques d'enseignement** : les résultats de PISA 2000 ont ainsi montré la difficulté de nos élèves –alors évalués en *compréhension de l'écrit*-, à rédiger des réponses longues, ou encore à donner leur opinion lorsqu'elle leur est demandée (forts taux

---

[1] IEA : Association internationale pour l'évaluation du rendement scolaire. (Association for the Evaluation of Educational Achievement)
[2] Décret n° 2006-830 du 11 juillet 2006 relatif au socle commun de connaissances et modifiant le code de l'éducation.

d'abstention). Ces constats ont fait naître des hypothèses, portant à la fois sur les compétences travaillées dans l'enseignement du français (nécessité d'approfondir le travail sur l'*expression* écrite) et sur les comportements des élèves (peur de se tromper qui incite à ne pas répondre). Les points forts de nos élèves par rapport à ceux des autres pays de l'OCDE apparaissaient, eux, sur les compétences de *prélèvement d'informations*, très travaillé au collège, et d'*interprétation*.
En outre, PISA a suscité des interrogations sur un point très important du fonctionnement de notre système éducatif, celui de **la pratique du redoublement** : il ressortait des résultats internationaux que les pays qui pratiquent le passage automatique affichent, globalement, de meilleurs résultats que les pays qui ont recours au redoublement. En France, il faut savoir qu'à l'âge de 15 ans, les élèves sont près de 40% à avoir déjà redoublé : si les français ont un résultat global qui les situe à la moyenne des pays participants, ce résultat cache des écarts de performance très grands au sein de notre population. On constate qu'à âge égal (15 ans), les élèves scolarisés en classe de seconde ont des résultats très supérieurs à ceux qui sont encore au collège. Lors de l'évaluation PISA 2003, objet de ce dossier, ces résultats se sont confirmés, et une étude complémentaire menée par la France montre que contrairement à ce que l'on pouvait penser, l'apport de la classe de Seconde joue beaucoup plus faiblement que le paramètre "redoublement" pour expliquer ces écarts de performance : les élèves qui sont "à l'heure" en troisième (14 ans) ont des résultats très proches de ceux de leurs camarades "à l'heure" en seconde (15 ans), et très supérieurs à ceux de leurs camarades de troisième en retard.

En 2003, c'est la « *culture mathématique* » qui était au cœur de l'évaluation PISA, menée cette fois dans 41 pays. Les premiers résultats français et internationaux, publiés en décembre 2004, ont fait l'objet en France d'une Note d'évaluation de la DEPP, qui livrait à grands traits les résultats obtenus par l'échantillon français dans les différents domaines, en termes de score global et de classement par rapport à la moyenne internationale (Note présentée en annexe 14 du présent dossier).

Au-delà de ces premiers constats, **ce dossier présente le travail d'analyse approfondi mené par un groupe constitué d'enseignants de mathématiques et de membres des corps d'inspection, sur les résultats des élèves français aux différents exercices de culture mathématique de PISA 2003**. Son approche se veut pédagogique, elle se focalise donc sur les compétences mises en jeu dans les exercices, sur les taux de réussite des élèves (quel pourcentage de nos élèves réussit chaque exercice) et sur l'observation de leurs productions. Au-delà des classements, cette étude permet de mettre en lumière **les points forts et les points faibles de nos élèves dans un contexte international.** Le contenu de ce dossier et ses principaux résultats sont présentés dans le résumé qui suit.

Résumé

Le premier chapitre de ce dossier présente **les principes généraux qui gouvernent l'évaluation PISA**. Les spécificités du système éducatif français sont rappelées, afin de comprendre quelle population est concernée en France par cette enquête (élèves scolarisés de 15 ans). Du fait de la pratique du redoublement, près de 40 % des élèves de l'échantillon PISA en France sont des redoublants : la population évaluée par PISA est très hétérogène dans notre pays.

Le deuxième chapitre livre **les résultats internationaux de PISA 2003, et ceux de la France en particulier, dans les 4 domaines de compétences évalués** : culture mathématique, "résolution de problèmes", compréhension de l'écrit et culture scientifique. Au sein des 30 pays de l'OCDE, la France obtient un score global de culture mathématique significativement au-dessus de la moyenne de ces pays. En compréhension de l'écrit, domaine majeur de l'évaluation précédente qui a eu lieu en 2000, le score des élèves français se maintient dans la moyenne de l'OCDE. En culture scientifique, le score national est toujours au-dessus de la moyenne, comme en 2000, et il affiche même une légère augmentation, statistiquement significative. C'est en résolution de problèmes, domaine transdisciplinaire évalué uniquement en 2003, que la France obtient son meilleur score.
Les scores des élèves français sont relativement groupés, mais **des écarts de score très importants sont observés, *dans tous les domaines évalué*s, entre les élèves de 15 ans qui n'ont jamais redoublé et sont donc scolarisés en 2nde générale et technologique, et ceux qui ont au moins une année de retard et sont encore au collège**. Ces résultats corroborent les premiers constats faits lors de PISA 2000, et révèlent, sur un échantillon d'élèves supplémentaire, que le paramètre "redoublement" est beaucoup plus déterminant que l'effet positif de la classe de seconde, sur les performances des élèves.

Le troisième chapitre **décrit le domaine principal d'évaluation de PISA 2003 : la culture mathématique**, et ce qu'elle recouvre exactement. En particulier, quels sont ses liens (points communs et différences) avec nos programmes d'enseignement des mathématiques. Il est en effet indispensable de bien connaître "l'instrument de mesure" utilisé, ses caractéristiques et ses limites, pour poser un regard éclairé sur les résultats et éviter les interprétations hâtives.

Le quatrième chapitre entre dans le vif du sujet : celui des **résultats des élèves français à l'évaluation de culture mathématique PISA 2003**.
1- Le score moyen français se situe légèrement –mais significativement– au-dessus de la moyenne des pays de l'OCDE, sur l'échelle de "culture mathématique" (les résultats par *champs mathématique*s seront donnés au chapitre 4)
2- Les résultats sont ensuite donnés par "niveaux de compétences" sur cette échelle de culture mathématique qui en compte sept. Ces niveaux de compétence, qui correspondent également à des niveaux de difficulté des exercices, sont décrits en termes de tâches que les élèves savent effectuer, et en exemples d'exercices. La majorité des élèves français se situe aux niveaux 2, 3 et 4 ; en outre, comparativement à la moyenne des pays de l'OCDE participants, la France a relativement peu d'élèves dans les bas niveaux (niveau 1 et inférieur, qui sont les niveaux considérés problématiques pour tous les pays de l'OCDE) mais elle présente également peu d'élèves dans les niveaux élevés (niveau 5 et niveau 6), comparativement à des pays comme la Finlande, la Corée ou la Belgique.
3- La comparaison des résultats des filles et des garçons en culture mathématique, montre qu'en France, comme dans l'ensemble des pays participants, les garçons obtiennent des scores plus élevés que les filles. Néanmoins, cet écart de score est très faible dans notre pays (8 points). Il est le plus

visible dans le champ mathématique "Espace et formes", qui fait appel à des compétences en géométrie, vision dans l'espace…Si l'on s'intéresse à la répartition des filles et des garçons dans les divers niveaux de performance, on constate que **les différences entre les sexes tendent à être plus prononcées dans les niveaux de performance élevés (niveaux 5 et 6)**, et ce quel que soit le champ mathématique considéré : il y a davantage de garçons que de filles dans les niveaux élevés des échelles de mathématique. L'observation comparée des taux de réussite aux différentes questions de mathématiques semble indiquer que le format des questions entre en jeu : les garçons seraient avantagés par les QCM, tandis que les filles réussiraient mieux les items nécessitant une réponse rédigée.

Le chapitre 5 présente les résultats **des élèves français à chacun des quatre champs mathématiques de PISA : "Espace et Formes", "Variations et Relations", "Quantité" et "Incertitude".**

1- **Le champ "Espace et formes"** est constitué d'une vingtaine d'items très divers, dont le support est généralement géométrique, mais il ne s'agit pas à proprement parler d'exercices de géométrie tels que ceux travaillés en France. Sur l'ensemble de ce champ, le score moyen des français se situe légèrement au-dessus de la moyenne de l'OCDE, et c'est aussi celui où l'écart de score entre filles et garçons est le plus important dans notre pays (18 points en faveur des garçons)

Des exemples d'items de ce domaine sont présentés, avec les taux de réussite moyens obtenus par les élèves français, et par l'ensemble des élèves de l'OCDE.

2- **Le champ "Variations et relations" de PISA constitue le point fort des élèves français.** On y évalue des compétences très variées à savoir, notamment, la mise en relation de variables, la lecture de graphiques, l'application et l'établissement de formules mathématiques. Ce champ est sans doute celui qui s'approche le plus des contenus de l'enseignement des mathématiques en France, en fin de collège et au lycée. A taux de non-réponse identiques, le taux de réussite en France est très significativement supérieur à celui de l'ensemble des pays de l'OCDE car davantage d'élèves réussissent des items de niveau élevé : au final, plus de la moitié des élèves français réussissent les items proposés dans ce champ mathématique. La France présente, dans ce champ "Variations et Relations", peu d'élèves dans les bas niveaux (niveau 1 et inférieur), comparativement à l'ensemble des pays de l'OCDE.

Cette différence à l'avantage des français, déjà observée lors de l'évaluation PISA 2000, s'explique en partie par le fait que l'étude de graphiques et la proportionnalité sont, dans notre pays, des contenus importants de l'enseignement des mathématiques. Certains items révèlent que les élèves français maîtrisent bien l'application d'une formule, mais que ces derniers ont beaucoup plus de difficulté à en établir une (construire une relation entre des variables) : des exemples d'items et les taux de réussite français et OCDE illustrent ces propos.

3- **Le champ intitulé "Quantité"** est constitué d'items relevant d'un travail sur les nombres entiers et décimaux (travail s'appuyant sur des comparaisons, sur la proportionnalité, sur l'application de procédés de calcul…) ainsi que d'items relevant des mathématiques discrètes, tels que les dénombrements. Ce champ présente, pour les élèves français, des taux de réussite disparates allant de 22,1% à 89,5%, mais en cohérence avec les niveaux de compétences. On constate que nos élèves savent interpréter des tableaux, identifier, extraire des informations pertinentes, effectuer des calculs directement décrits, mais qu'ils éprouvent davantage de difficultés lorsqu'il s'agit d'effectuer des recherches, de prendre des initiatives ou encore d'argumenter un résultat.

Il en résulte un taux de réussite moyen qui atteint 61,5 % pour les élèves français, ce taux est supérieur à celui des pays de l'OCDE.

4- **Le champ couvert par les items "Incertitude"** regroupe deux grands champs mathématiques que sont **les Statistiques** (lecture et/ou interprétation de relevés statistiques présentés sous différentes formes, utilisation de caractéristiques de position d'une série statistiques, lecture critique d'une représentation graphique...) et **les Probabilités** (tirages aléatoires, lancés de dés...).

C’est sur ce champ "Incertitude"que la France obtient son score le plus faible des 4 champs mathématiques évalués. Le taux de réussite global des élèves français (47,6 %), très légèrement supérieur au taux de réussite moyen des pays de l'OCDE, s'explique partiellement par le fait que les probabilités n'ont pas encore été étudiées par nos élèves de 15 ans. La distribution des élèves français dans les différents niveaux de compétence suit de très près celle de l'ensemble OCDE : il y a notamment très peu d'élèves dans le niveau le plus élevé.
5- **Sur le champ "Quantité"**, pour lequel le taux de réussite des élèves français est éminemment variable, le groupe d'experts français s'est penché plus en détail sur **les productions des élèves**. L'observation de leurs cahiers d'évaluation PISA fait apparaître une grande diversité de stratégies de résolution, qu'ils mettent en œuvre même lorsqu'ils ne possèdent pas encore de solution experte (mathématisation). Il apparaît également que les élèves français possèdent des compétences certaines dans le domaine de la proportionnalité.

Le chapitre 6 est consacré aux **résultats des élèves français dans le domaine *problem solving*** ("résolution de problèmes"'), domaine transversal de PISA 2003, ne se référant pas spécifiquement à une discipline.
Pour la majorité des exercices de *problem solving*, il n’y a pas unicité de la démarche ni de la solution et la résolution du problème posé nécessite la prise en compte d’une multiplicité de contraintes. Les situations retenues pour évaluer les compétences des élèves en *problem solving* sont de trois types : problèmes concernant une **prise de décision**, problèmes concernant la **conception et l'analyse de systèmes** et problèmes concernant le **traitement de dysfonctionnements**.
C'est le domaine où les élèves français obtiennent leur meilleur score. C'est aussi celui où les résultats ont la plus forte corrélation avec ceux de "culture mathématique" : il est probable que les compétences de raisonnement travaillées en classe de mathématiques et dans les autres disciplines permettent aux élèves français de les réinvestir en *problem solving.* Une étude complémentaire menée par des chercheurs en psychologie cognitive (étude présentée dans son intégralité en annexe 13 de ce dossier) tend à montrer que les processus cognitifs mis en œuvre dans les épreuves de *problem solving* le sont également dans les épreuves de *culture mathématique*. Des analyses de régression menées par cette équipe incitent à penser que les différents types de tâches mathématiques de PISA (compétences numériques, statistiques, géométrie) ne sont pas sous-tendues par des processus spécifiques de résolution, mais au contraire par des processus généraux, tels que la représentation, l'identification du problème, et sa compréhension. L’hypothèse défendue par les auteurs est que **les performances obtenues en *problem solving* et en culture mathématique dépendent finalement de capacités (ou contraintes) générales de traitement de l'information**.
En *problem solving,* on constate que ce sont les mêmes items qui sont les plus réussis et les moins réussis en France et dans l'ensemble des pays de l'OCDE. En fin de chapitre sont présentés des **exemples d'items et de productions d'élèves français.**

Le chapitre 7 se penche sur les résultats **des élèves français en "compréhension de l'écrit", domaine mineur de PISA 2003, qui était majeur en 2000.** Tous les items de 2003 sont issus de l’évaluation de 2000 pour assurer la comparabilité dans le temps. Entre ces deux évaluations, il n’apparaît aucune variation significative pour la France et pour les pays de l’OCDE. La France, comme onze autres pays, se situe dans la moyenne des pays de l’OCDE. Comme en 2000, les pays anglo-saxons et ceux de l’Europe du Nord obtiennent globalement des résultats au-dessus de la moyenne des pays de l’OCDE, alors que les pays de l’Europe de l’Est et du Sud réussissent moins bien. La Finlande obtient, comme en 2000, les meilleurs résultats. (En 2009, la compréhension de l'écrit sera à nouveau domaine majeur du cycle PISA, autorisant alors des comparaisons plus solides avec le cycle 2000.)

En 2003, **les élèves des niveaux les plus bas en compréhension de l'écrit représentent 17 % des élèves en France** et 18 % des élèves, en moyenne, dans les pays de l'OCDE. En 2000, ces groupes d'élèves représentaient 15 % des élèves en France et 18 % des élèves, en moyenne, dans les pays de l'OCDE. La plupart de ces élèves sont vraisemblablement capables de lire dans l'acception technique du terme, mais éprouvent de sérieuses difficultés à utiliser la lecture comme un outil pour étendre et améliorer leurs connaissances et leurs compétences dans d'autres domaines. Ils ne sont pas capables de mettre couramment en œuvre les connaissances et les compétences les plus élémentaires que PISA cherche à mesurer.
En compréhension de l'écrit, **les scores moyens des filles sont très supérieurs à ceux des garçons**, en France (38 points) comme dans l'ensemble des pays de l'OCDE et en 2003 comme en 2000. Cette supériorité est conforme aux résultats d'autres enquêtes portant sur les mêmes classes d'âge.

Le chapitre 8 présente les résultats **des élèves français en "culture scientifique", autre domaine mineur de PISA 2003.** Il ne s'agit pas, tout comme pour les autres domaines évalués dans PISA (culture mathématique par exemple), de comprendre le mot " culture " comme un ensemble important de connaissances acquises, mais davantage comme la capacité à **mobiliser et utiliser** ses connaissances, qui peuvent être relativement simples. Les supports d'évaluation ne sont pas ceux habituellement utilisés dans les classes en France. Ce sont des situations rencontrées dans la vie quotidienne, des problèmes environnementaux locaux ou globaux, des exercices sur les technologies liées à l'énergie… Dans ces situations proposées, les deux disciplines de sciences expérimentales (sciences physiques et chimiques et sciences de la vie et de la Terre) peuvent être concernées simultanément, alors que dans l'enseignement français elles sont abordées séparément.
On note une amélioration du score global français : 511 points en 2003 au lieu de 500 en 2000, ce qui place la France significativement au-dessus de la moyenne de l'OCDE. Les élèves qui obtiennent un score inférieur à 400 points sont classés en **" niveau bas " : 16,6 % des élèves français sont classés dans ce niveau**, la moyenne de l'OCDE est de 17,9 %. Ces élèves peuvent utiliser des savoirs simples (par exemple des noms, des faits, de la terminologie, des règles simples). Ils mobilisent des connaissances de la vie quotidienne pour conclure. A l'autre extrémité de l'échelle, dans le **" niveau haut "** (600 points et plus), on trouve "**22.5 % des élèves français**. Seuls 7 pays font mieux que la France : par exemple l'Australie 23,7 %, la Finlande 29,2 %, la moyenne de l'OCDE étant de 17,6 %. Ces élèves peuvent généralement employer des modèles conceptuels, voire en créer, pour faire des prévisions ou pour donner des explications ; pour analyser des investigations scientifiques afin de saisir, par exemple, la conception d'une expérience ou identifier une idée ; pour comparer des données dans le but d'analyser et de reconnaître des arguments scientifiques.
La compétence **" Comprendre des investigations scientifiques "**, qui est la plus complexe à mettre en oeuvre, est la moins bien réussie des trois compétences mesurées. Cependant, le taux de réussite des élèves français dans cette compétence reste presque toujours au-dessus de la moyenne de l'OCDE. La compétence **" Interpréter des faits et des conclusions "** qui fait appel à d'autres champs du raisonnement, très souvent travaillés en classe, est celle qui est la mieux réussie par les élèves français.
Dans l'ensemble des pays de l'OCDE, la différence de score entre filles et garçons est peu marquée en culture scientifique. Elle est de 6 points en moyenne, et elle n'est significative que dans 13 de ces pays ; **la France fait partie des quelques pays où elle est inexistante**.

CHAPITRE 1– PRÉSENTATION DE L'ÉVALUATION PISA

1. Principes généraux

PISA (*Program for International Student Assessment*) est un programme international qui, tous les trois ans, mesure les compétences des élèves de 15 ans dans un domaine principal :

- PISA 2000 évaluait principalement la c**ompréhension de l'écrit**
- PISA 2003 évaluait principalement la **culture mathématique des élèves nés en 1987.**
- PISA 2006 sera consacré principalement à la c**ulture scientifique**

Ce vaste programme, piloté par l'OCDE (Organisation de Coopération et de développement économiques), vise la population-élève arrivant en fin de scolarité obligatoire dans la plupart des pays participants. En 2000, l'évaluation concernait les élèves de 32 pays (28 des 30 pays membres de l'OCDE et 4 pays non membres) ; en 2003, 42 pays ont souhaité y participer, et ils seront encore plus nombreux pour l'évaluation de 2006 (cf. tableau ci-dessous).

Contrairement à d'autres évaluations internationales comme TIMSS ou PIRLS, l'évaluation PISA n'est pas directement liée aux programmes scolaires : son objectif n'est pas de mesurer l'atteinte des objectifs fixés par les programmes nationaux d'enseignement, mais davantage de mesurer la capacité des élèves **à mobiliser et utiliser des connaissances et compétences** utiles pour leur vie adulte. Le choix des épreuves proposées aux élèves, identiques dans tous les pays, est issu d'un consensus au niveau international sur ce qui est considéré comme nécessaire à un élève de 15 ans, quelle que soit son orientation future,poursuite d'études ou entrée dans la vie active.
Dans chaque pays, un échantillon d'élèves représentatif des jeunes de 15 ans scolarisés passe une épreuve "papier-crayon" de deux heures, suivie d'un questionnaire destiné à recueillir des données de contexte familial et scolaire. Un autre questionnaire de contexte est destiné au chef d'établissement.

Tableau : pays ayant participé à l'évaluation PISA 2003
30 pays membres de l'OCDE
12 pays non-membres de l'OCDE

Allemagne	Danemark	Hongrie	Macao	Royaume-Uni
Australie	Espagne	Indonésie	Mexique	Russie
Autriche	États-Unis	Irlande	Nouvelle-Zélande	Suède
Belgique	Finlande	Islande	Norvège	Suisse
Brésil	France	Italie	Pays-Bas	Thaïlande
Canada	Grèce	Japon	Pérou	Tunisie
Corée	Hong Kong	Lettonie	Pologne	Turquie
		Liechtenstein	Portugal	Uruguay
		Luxembourg	République serbe	
			République slovaque	
			République tchèque	

2. Spécificités de la France

Pour la France, l'intérêt principal de cette évaluation comparative est d'apporter des informations complémentaires aux évaluations nationales, en révélant les "points forts" et les "points faibles" de nos élèves de 15 ans dans un contexte international, et en permettant de nous interroger sur certains aspects de notre système éducatif.
L'objectif affiché par l'OCDE est d'établir des classements par pays, et de relier ces performances à des données de contexte socio-économique, familial, scolaire… Les analyses des résultats qui sont menées en France ont une visée délibérément "pédagogique". Les groupes d'enseignants et d'IA-IPR impliqués dans ces analyses réalisées par la DEP se focalisent particulièrement sur :

- **le score des élèves français par rapport à la *moyenne* des pays de l'OCDE**, et non le rang précis attribué à la France dans le classement des pays. Ce résultat est en effet peu signifiant : la France est par exemple "classée 15$^{\text{ème}}$" dans le champ mathématique intitulé "Quantité", mais compte tenu des incertitudes de mesures, son score n'est pas significativement différent de celui des pays classés 9$^{\text{ème}}$ à 20$^{\text{ème}}$…

- **les taux de réussite des élèves français à chaque question** (ou item) posée, autrement dit le pourcentage d'élèves qui a effectivement bien répondu à la question. En effet, la France peut être "bien classée" à une question au sein des pays de l'OCDE, mais on découvre en regardant les taux de réussite que seuls 50 % des élèves français ont réussi à répondre, ce qui représente une information importante pour les enseignants et inspecteurs de mathématiques français.

- **les productions des élèves** aux questions ouvertes, aspect qui n'est pas du tout étudié au niveau international.

Dans notre pays, la population scolaire de 15 ans est hétérogène : du fait des redoublements et orientations, ces élèves se trouvent scolarisés dans plusieurs niveaux, essentiellement en Seconde générale et technologique de lycée et en Troisième générale de collège. (cf. tableau ci-dessous)

Tableau : Répartition des élèves français de 15 ans ayant participé à l'évaluation PISA en 2003

Classe fréquentée	*Répartition*		
1ère générale et technologique	2,2%	"En avance"	
2nde générale et technologique	49,6%	"À l'heure"	
2nde professionnelle	7,4%		
3ème générale	26,8%	"En retard"	
3ème autre (SEGPA, Techno, Insertion)	7,7%		# 40 %
4ème	5,2%		
Autres niveaux scolaires	1,1%		
Ensemble	**100,0%**		

Il est à noter que cette population des élèves de 15 ans comporte près de 40 % d'élèves ayant redoublé au moins une fois. En France, l'échantillon d'élèves de 15 ans évalués dans PISA n'est pas représentatif d'un niveau scolaire, contrairement à d'autres pays où tous les élèves de 15 ans se trouvent scolarisés au même niveau (cas des pays ne pratiquant pas le redoublement).

N.B. Dans ce contexte national, relier la performance des élèves aux caractéristiques de leur établissement (structure, horaires, effectif par classe, etc.) sans tenir compte du fait que les élèves sont scolarisés dans des types d'établissements très différents (collèges, lycées GT et professionnels) n'a pas de sens. C'est pourquoi, dans le cadre de ce projet OCDE, la France ne fait pas compléter par les chefs d'établissements le questionnaire destiné à recueillir des données sur l'établissement. En effet, dans ses analyses, l'OCDE globalise les informations, considérant -pour chaque pays- que les élèves de 15 ans sont scolarisés dans un même type d'établissement.

3. Méthodologie de l'évaluation PISA

La mise en œuvre de PISA fait l'objet d'un cahier des charges international que tous les pays s'engagent à respecter. Ainsi, toutes les étapes sont standardisées et font l'objet de contrôles de qualité : échantillonnage des établissements, échantillonnage des élèves au sein des établissements, traduction des exercices, adaptations nationales, impression des cahiers d'évaluation, protocole de passation, collecte des cahiers, corrections, saisie des données, traitement statistique, etc. La population évaluée en France par PISA est décrite plus précisément en annexe 4. Le modèle statistique y afférent est le Modèle de Réponse à l'item (MRI), qui sera décrit dans le chapitre 2.

CHAPITRE 2 – RÉSULTATS GÉNÉRAUX DE PISA 2003

L'évaluation PISA 2003 portait principalement sur la culture mathématique des élèves de 15 ans (85 questions de mathématiques sur 166 questions au total) ; les trois autres domaines, minoritaires, étaient la compréhension de l'écrit (*Reading litteracy*), la culture scientifique (*Scientific litteracy*), et la "résolution de problèmes" (*Problem solving*), domaine qui ne relevait pas d'une discipline particulière.
Ce chapitre présente les **principaux résultats** de PISA 2003 dans ces quatre domaines. Les résultats détaillés de la France dans chaque domaine feront l'objet des chapitres suivants : les chapitres 3, 4 et 5 seront consacrés à l'évaluation de la culture mathématique. Les résultats français en résolution de problèmes, compréhension de l'écrit et culture scientifique seront présentés respectivement dans les chapitres 6, 7 et 8 du présent dossier.

1. Position de la France (cf. graphique 1)

La position de la France sera généralement décrite par rapport à la **moyenne** des 30 pays de l'OCDE ; les rangs précis qu'elle ou d'autres pays occupent ne seront pas systématiquement mentionnés, ceci pour les raisons d'incertitude de mesure évoquées dans le chapitre précédent.
D'autre part, toutes les descriptions de résultats présentées dans ce dossier sont "significatives" du point de vue statistique. Par exemple, lorsqu'on écrit "le score des français en culture scientifique est au-dessus de la moyenne", cela signifie qu'il est significativement au-dessus de la moyenne du point de vue statistique.

Comment lire les classements ?

Le **graphique 1** présente les classements des 41 pays participants dans les quatre domaines évalués. Ces quatre échelles sont construites de la façon suivante : à chaque pays est attribué un **score** moyen reflétant la performance des élèves de ce pays ; la **moyenne des scores des pays de l'OCDE** est **fixée** à 500 points, et l'écart-type entre pays est **fixé** à 100 points. Ainsi, par construction, les deux tiers des élèves évalués sont placés entre les scores de 400 et 600 points. Chaque pays prend place sur l'échelle, selon son score moyen. Les pays dont le nom est noté *en italiques* ont un score qui n'est pas significativement (au sens statistique) différent du score français.

Résultats de la France :

Le graphique 1 montre que pour l'ensemble des quatre domaines évalués, la France figure toujours dans un groupe de pays situé au niveau ou légèrement au-dessus de la moyenne des pays de l'OCDE.
Ainsi, au sein des 30 pays de l'OCDE, la France obtient un score global de culture mathématique significativement au-dessus de la moyenne de ces pays. En compréhension de l'écrit, domaine majeur de l'évaluation précédente qui a eu lieu en 2000, le score des élèves français se maintient dans la moyenne de l'OCDE. En culture scientifique, le score est toujours au-dessus de la moyenne, comme en 2000, et il affiche même une légère augmentation, statistiquement significative. C'est en résolution de problèmes, domaine transdisciplinaire évalué uniquement en 2003, que la France obtient son meilleur score et son meilleur classement.
Les scores des élèves français sont relativement groupés, mais des écarts de score très importants sont observés, dans tous les domaines évalués, entre les élèves de 15 ans qui n'ont jamais redoublé et sont en 2nde générale et technologique, et ceux qui ont au moins une année de retard et sont encore au collège.

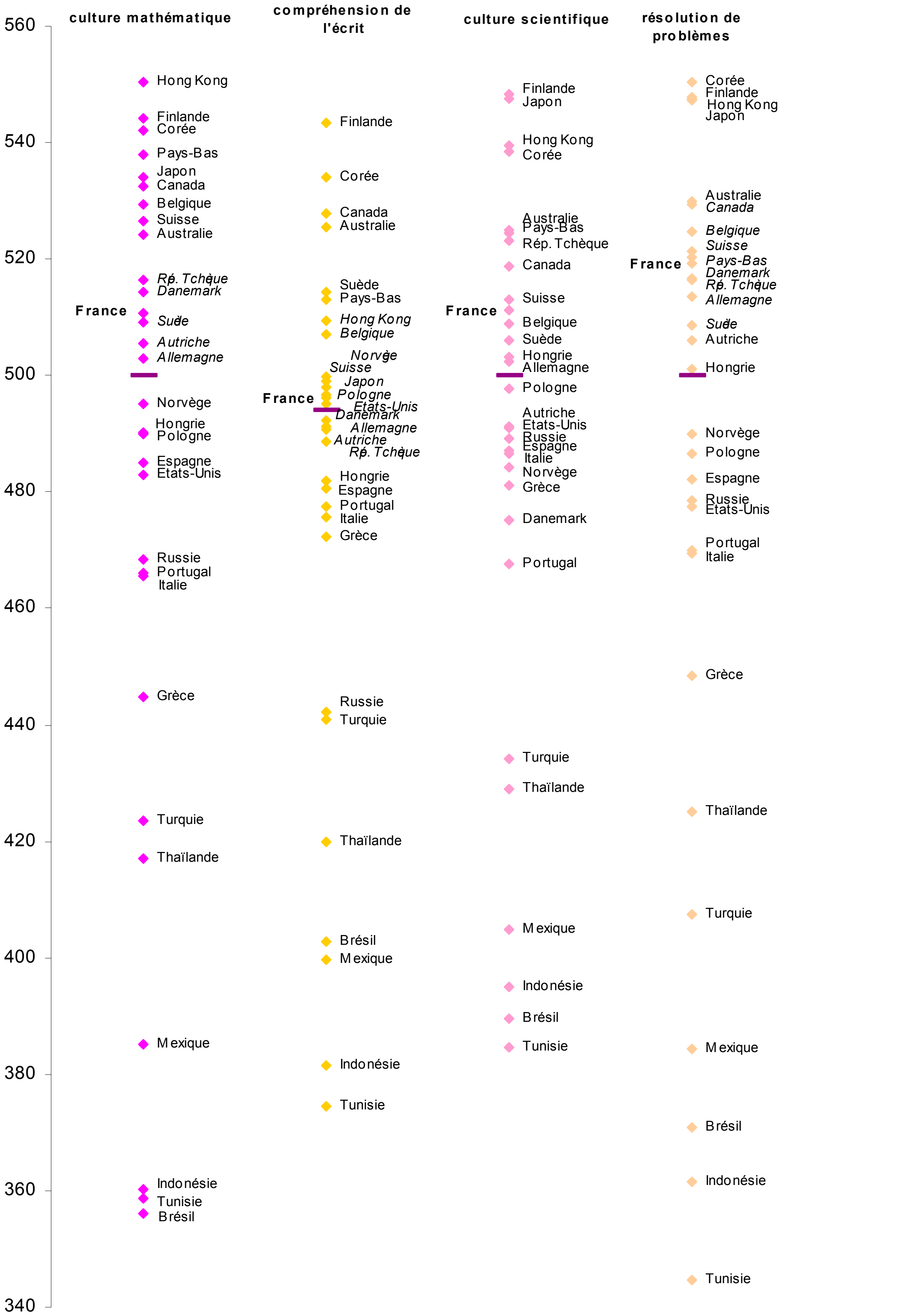
2. Résultats internationaux (cf. graphique 1) :

Les pays qui ont les meilleures performances, dans tous les domaines, sont toujours la Finlande et la Corée ; l'Australie, la Nouvelle-Zélande et le Canada parmi les pays membres de l'OCDE, la Chine Hong-Kong pour les pays non-membres, obtiennent également de très bons résultats dans tous les domaines. Le Japon fait lui aussi partie des pays très performants en culture mathématique, en culture scientifique, en résolution de problèmes mais pas en compréhension de l'écrit.
La plupart des pays européens ont des performances moyennes. L'Italie et l'Espagne par exemple, ont un score plus bas que la moyenne de l'OCDE, dans les quatre domaines évalués. L'Allemagne, dont le score très bas en compréhension de l'écrit avait été remarqué lors de l'évaluation PISA 2000, améliore légèrement ses résultats qui atteignent la moyenne, ainsi qu'en culture mathématique.
Les pays qui ont les performances les plus faibles sont en majorité des pays non-membres de l'OCDE, pour lesquels le niveau de vie, le moindre accès à l'éducation, et le moindre développement du système éducatif peuvent expliquer la relative mauvaise performance. Le Brésil, le Mexique pour l'Amérique centrale ; la Thaïlande et l'Indonésie pour l'Asie ; la Tunisie, la Turquie et la Grèce pour les pays géographiquement plus proches du nôtre, font partie de ce groupe.

3. Tendances observées entre 2000 et 2003

Pour les 25 pays qui avaient déjà participé au cycle d'évaluation PISA 2000, la performance en mathématiques semble globalement en hausse, tandis qu'elle est restée globalement la même en compréhension de l'écrit et en sciences. En France, les tendances observées ne sont pas tout à fait semblables : en sciences, un progrès est constaté, tandis qu'en mathématiques et en compréhension de l'écrit, les performances se maintiennent à un niveau similaire à 2000. La légère hausse du score en sciences pourrait être attribuée au fait que l'épreuve de culture scientifique de 2003 contient de nouveaux exercices, dont le contenu et la forme semblent plus proches de la conception française d'un "exercice de sciences" : les élèves français réussiraient mieux ces exercices qui leur sont plus familiers.

Graphique 1 : classements des pays sur les quatre domaines évalués par PISA 2003



Note de lecture du graphique

La moyenne des pays de l'OCDE est indiquée par un trait horizontal. Pour des questions de lisibilité, certains pays ne figurent pas sur le graphique (Irlande, Islande, Liechtenstein, Lettonie, Luxembourg, Macao, Nouvelle-Zélande, République de Serbie, République Slovaque, Uruguay).

Les résultats des pays dont le nom figure *en italiques* ne sont pas significativement différents de ceux de la France. Ainsi, en compréhension de l'écrit, ces pays sont la République tchèque, le Danemark, la Suède, l'Autriche et l'Allemagne.

4. Principaux résultats de culture mathématique, domaine majeur de l'évaluation 2003

4.1 Position internationale de la France (cf. graphique 2)

La culture mathématique a été subdivisée en quatre champs des mathématiques :

- Espace et Formes (exercices à partir de supports géométriques)

- **Variations et Relations** (lecture de graphes, application et établissement de formules mathématiques)

- Quantité (travail sur les nombres, calculs)

- Incertitude (statistiques et probabilités) : en statistique, les compétences évaluées concernent la lecture et/ou l'interprétation de relevés statistiques présentés sous différentes formes, l'utilisation de caractéristiques de position d'une série statistique, la lecture critique d'une représentation graphique. En probabilité, les supports utilisés sont des tirages aléatoires, des lancers de dés...

✓ Pour trois de ces quatre champs mathématiques évalués, le score français est au-dessus de la moyenne, avec une performance particulièrement solide en **Variations et Relations**, champ où les élèves français montrent leurs compétences en matière de lecture, d'interprétation et d'exploitation de documents graphiques (courbes, tableaux), ou encore d'application de relations mathématiques comme la proportionnalité. Le prélèvement d'information sur des supports divers est un point fort des élèves français, ce qui est probablement dû au fait qu'il est pratiqué dans plusieurs disciplines, dès le collège.

✓ Dans le champ **Espace et Formes**, les élèves français montrent également un bon niveau de compétence sur l'interprétation des configurations, sur des calculs d'aires et de périmètres ou l'appréhension de figures dans l'espace.

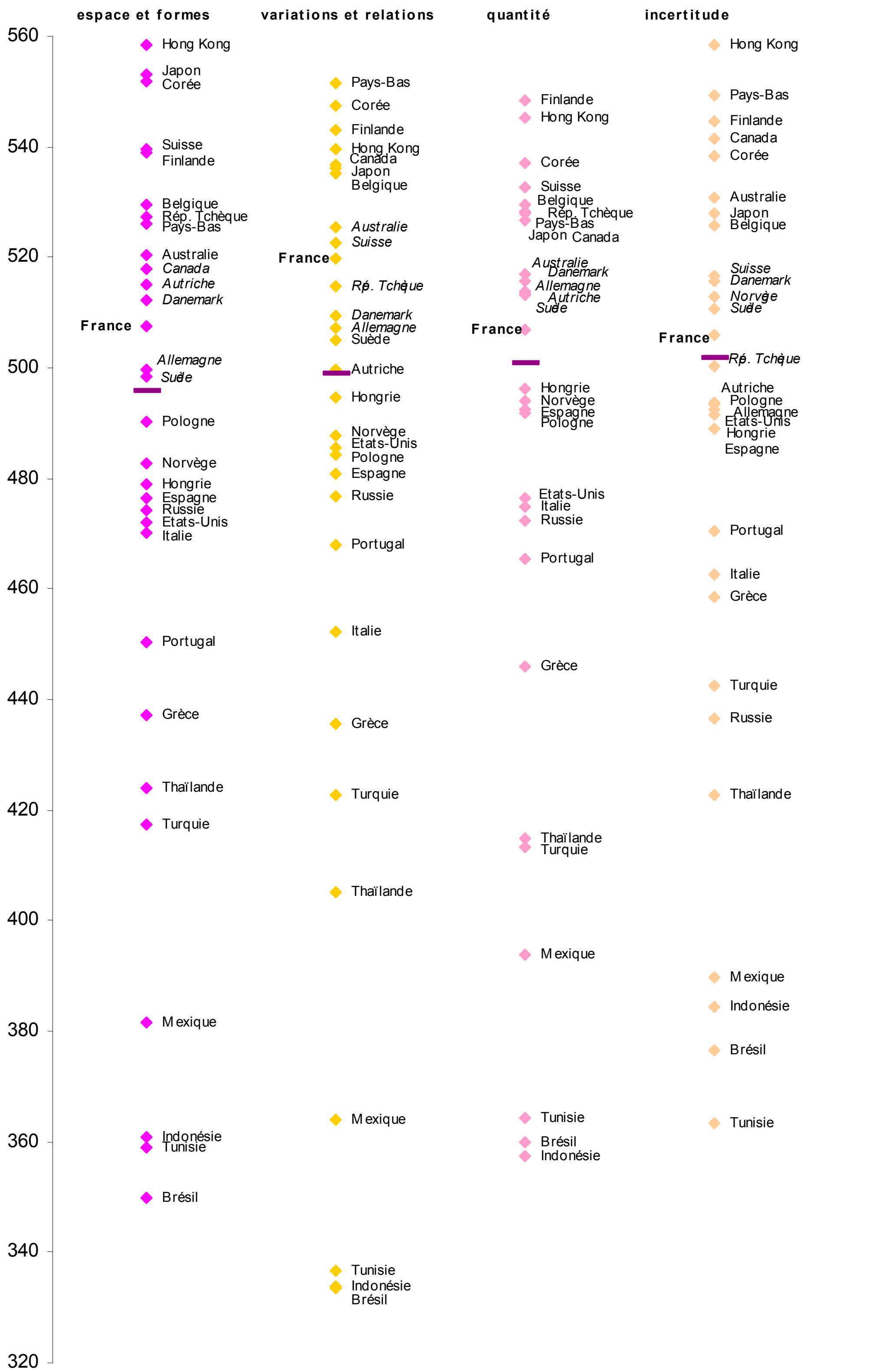
✓ Les performances sont plus moyennes dans le champ **Quantité** qui fait appel au travail sur les nombres et au calcul, ainsi que dans le champ appelé **Incertitude**, qui regroupe à la fois les statistiques et les probabilités (ces dernières ne sont pas étudiées en France par les élèves de 15 ans).

✓ Les "points faibles" des élèves français semblent résider dans la capacité à effectuer des généralisations (par exemple, établir une formule) et, de façon générale, à prendre des initiatives sans se référer à un schéma connu, ou encore à faire des essais avant de répondre.

Le découpage par **contenus** de la culture mathématique dans PISA ne couvre pas entièrement l'ensemble des mathématiques enseignées en France. Certains domaines considérés en France comme essentiels dans l'apprentissage des mathématiques et inscrits dans les directives pédagogiques sont absents : algèbre, calcul littéral, raisonnement déductif, trigonométrie (angles) et objets géométriques. Enfin, il est important de savoir que même lorsque les exercices correspondent à des contenus des programmes français, les supports employés et les tâches demandées ne relèvent pas du cadre scolaire.
Des exemples d'exercices sont disponibles à l'adresse :
http://www.educ-eval.education.fr/pisa2003.htm

La description détaillée de la culture mathématique évaluée dans PISA sera l'objet du chapitre 3.

Graphique 2 : classements des pays selon le score obtenu pour chaque champ de la culture mathématique



4.2 Position de la France en Europe

On peut situer les différents pays de l'Union européenne par rapport à la performance française en culture mathématique (score français = 511 points) :

- Pays au score non significativement différent de celui de la France :
  –Allemagne
  –Autriche
  –Danemark
  –Irlande
  –Royaume-Uni (mais finalement absent du classement final par insuffisance d'établissements participants)
  –Suède

- Pays au score significativement plus élevé que celui de la France :
  –Belgique
  –Finlande
  –Pays-Bas

- Pays au score significativement plus bas que celui de la France :
  –Espagne
  –Grèce
  –Italie
  –Luxembourg
  –Portugal

4.3 Dispersion des résultats des élèves français

La dispersion des résultats des élèves peut se mesurer par l'écart-type entre leurs scores. L'écart-type moyen de tous les pays de l'OCDE est fixé à 100.
Les scores des élèves français en culture mathématique sont relativement peu dispersés : pour un score moyen national de 511, l'écart-type des scores des élèves français est de 92 points. Pour un pays de score équivalent, l'Allemagne, qui obtient 503, l'écart-type est de 103 : les scores des élèves allemands sont plus dispersés que ceux des élèves français.

Parmi les pays qui obtiennent un meilleur score que la France, la Belgique (529) présente une plus grande dispersion des scores de ses élèves (écart-type 110). La Finlande, avec un score national de 544, présente en outre une très faible dispersion de ses élèves (écart-type 84).

4.4 Performances de différents groupes d'élèves en France (cf. graphique 3)

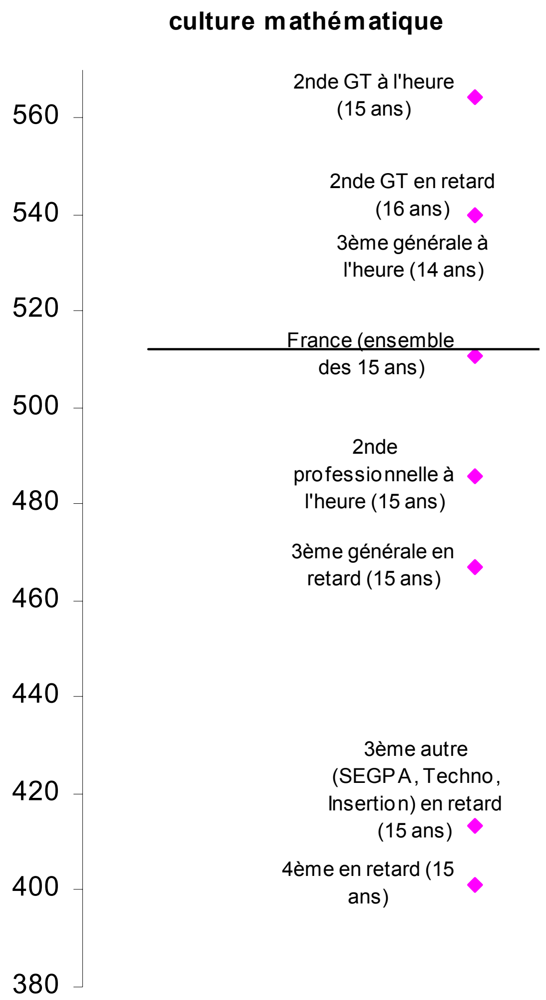
Malgré la faible dispersion des scores des élèves français, on observe dans notre pays des écarts de score très significatifs entre certains groupes d'élèves : par exemple entre élèves de Troisième générale, qui ont donc une année de "retard" et élèves de Seconde GT, qui sont "à l'heure".

Une étude comparative menée à la DEP[1] a montré par ailleurs que les élèves de 14 ans scolarisés en Troisième ont un score plus proche de celui de leurs aînés de 15 ans scolarisés en Seconde, que des élèves de Troisième en retard. Les élèves qui suivent un cursus scolaire sans rupture (sans redoublement), qu'ils soient en Troisième ou en Seconde, ont au contraire des résultats similaires : l'effet positif de la classe de Seconde, qui est indéniable, est néanmoins beaucoup plus faible que celui du paramètre "redoublement". Autrement dit, le retard scolaire est le facteur le plus "explicatif" des variations de performances entre les élèves français de 15 ans ; les élèves ayant redoublé ont des difficultés scolaires qui perdurent au cours de leur scolarité.

Vu sous cet angle, on peut dire que PISA vise bien l'objectif qui lui est assigné, à savoir évaluer les compétences à la fin de la scolarité obligatoire

[1] Dossier de la DEP n°166, mai 2005 : "Le redoublement au cours de la scolarité obligatoire : nouvelles analyses, mêmes constats", Olivier Cosnefroy et Thierry Rocher.

Graphique 3 : scores des élèves français à différents niveaux scolaires



CHAPITRE 3 – CADRE D'ÉVALUATION DE LA CULTURE MATHÉMATIQUE

1. Qu'est-ce que la " culture mathématique " ?

Cette problématique est à l'origine de l'évaluation PISA 2003 : il s'agissait pour un groupe d'experts internationaux de mathématiques, de didactique et de psychologie, de définir le " cadre conceptuel " d'évaluation de la culture mathématique des élèves de 15 ans. La définition officielle adoptée ci-dessous a fait l'objet, tout comme les épreuves proposées aux élèves par la suite, d'un compromis entre les représentants des différents pays.

1.1 Définition officielle

" *La culture mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et comprendre le rôle des mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos, et à s'engager dans des activités mathématiques en fonction des exigences de sa vie, en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.* "

(*OCDE, cadre de l'évaluation PISA 2003* : consultable à l'adresse http://www1.oecd.org/publications/e-book/9603052E.PDF)

Cette définition dépasse très largement celle de la discipline " mathématiques " enseignée à l'école, dans laquelle l'aspect " utile pour le citoyen " n'est pas aussi central.

1.2 Ce qu'il faut en comprendre

La " culture mathématique " est la traduction littérale –et peu satisfaisante- de " *mathematical litteracy* ", qui se réfère à ce qu'on pourrait appeler les " mathématiques du citoyen " et non à l'accumulation de savoirs académiques comme peut le laisser sous-entendre le terme de " culture ".

Il s'agit de mesurer la capacité des élèves à mettre en œuvre leurs acquis mathématiques pour résoudre des exercices liés au quotidien. Les situations proposées aux élèves *se veulent* donc " authentiques " : construction d'une bordure, utilisation d'un taux de change lors d'un voyage, aménagement d'une pièce dans l'espace, etc. mais on peut noter que cette authenticité est plus réelle pour des adultes que pour des élèves de 15 ans.

1.3 Un découpage des mathématiques par contenus

Le choix d'une subdivision de la culture mathématique par **contenus**, et non par compétences, comme c'était le cas en 2000 pour la compréhension de l'écrit, est une nouveauté dans PISA : il est apparu que le découpage en trois grandes compétences mathématiques initialement choisi par les experts (" Reproduire, Faire des connexions, Réfléchir ") ne permettait pas de tirer de conclusions des données recueillies. En effet, les résultats obtenus par les élèves à ces trois compétences sont très étroitement corrélés.

En outre, le découpage par contenus mathématiques permet aux pays d'interpréter plus aisément les résultats de PISA en fonction de leurs curriculum de mathématiques, et de pouvoir ainsi les rapprocher des données issues de leurs évaluations nationales.

La " *culture mathématique* " a donc été subdivisée en **quatre champs des mathématiques** :

- " **Espace et formes** " (*Space and shape*)
- " **Variations et relations** " (*Change and relationship*)
- " **Quantité "** (*Quantity*)
- " **Incertitude** " (*Uncertainty*).

Les trois premiers champs ne couvrent pas entièrement les contenus mathématiques habituellement enseignés en France ; le quatrième en revanche aborde des notions peu, voire pas connues des élèves français, les probabilités ne sont pas enseignées en France avant que les élèves aient 16 ou 17 ans.

2. Les épreuves de Culture mathématique

Rappelons que le contenu des épreuves était identique pour les élèves des 41 pays participants : les exercices proposés ont fait l'objet de traductions en une vingtaine de langues.
La façon dont est mesurée la culture mathématique dans PISA peut se décliner en formats de questions, lien avec les programmes nationaux, pays auteur des questions.

2.1 Format des questions :

Cinq formats de questions sont proposés dans l'évaluation PISA :

FORMATS	Nombre de questions	%
QCM simple (choisir une réponse parmi 4 propositions)	17	20 %
QCM complexe (succession de questions auxquelles il faut répondre par Oui ou Non)	11	12.9 %
Réponse construite, ouverte *(ex : expliquer comment on calcule une moyenne)*	21	24.7 %
Réponse courte (ce sont exclusivement des réponses numériques : *par exemple calculer un montant d'argent en changeant l'unité monétaire*)	23	27 %
Réponse construite, " fermée " (*ex : donner un intervalle de nombres, en s'appuyant sur une représentation graphique*)	13	15.3 %

33 % de l'épreuve

On remarque tout d'abord que les questions à choix multiple (QCM) représentent près d'un tiers de l'épreuve. Bien que ce type de questionnement ait fait son entrée dans les épreuves du baccalauréat français, il reste peu habituel pour les élèves dans le cadre scolaire quotidien, ce qui est également le cas des " réponses construites ouvertes ". La majorité du questionnement en mathématiques en France pour les élèves de 15 ans requiert une "réponse courte", ou une "réponse construite fermée", selon la terminologie PISA.

On note cependant que cette évaluation contient une part plus importante de ce qu'on appelle en France les " **questions ouvertes** " (trois derniers types du tableau), que de " **questions fermées** (QCM), ce qui permet une évaluation satisfaisante de la production de l'élève.

2.2 Influence du format de question sur la réussite

Comme le montre le tableau ci-dessous, le **format de la question** influe de façon très importante, à la fois sur le **taux de réussite** et sur le **taux de non-réponse**.
Ainsi, en ce qui concerne les taux de non-réponse : très peu d'élèves, que ce soit en France ou dans l'ensemble des pays de l'OCDE, s'abstiennent aux QCM (autour de 3,5 à 4 % de non-réponses, cf. cases gris clair). Dans le cas d'un QCM simple ou complexe, les élèves doivent en effet sélectionner une seule réponse parmi celles qui sont proposées : l'effort de recherche de la solution est moindre que pour une question ouverte. Bien que ce format de question soit peu familier des élèves français, les taux de non-réponse aux QCM sont les plus faibles de tous les formats de questions.

Au contraire, les non-réponses *et les réponses erronées* sont plus importantes dans les questions ouvertes (cf. cases gris foncé). Cela peut s'expliquer en partie par la densité des cahiers d'évaluation, qui comportent une soixantaine de questions : les élèves sont pressés par le temps. D'autre part, l'opération qui consiste à argumenter, à communiquer sa démarche est plus coûteuse en temps que les questions courtes, et peut donc amener les élèves à ne pas répondre. Ces résultats rejoignent ceux de PISA 2000 (épreuve de compréhension de l'écrit), qui montraient de forts taux de non-réponses aux questions nécessitant une réponse rédigée, *a fortiori* argumentée.

En ce qui concerne les **taux de réussite**, comme on pouvait l'attendre, les questions "à réponse courte" et "réponses construites fermées", évoquées plus haut comme étant les plus familières aux élèves français dans le cadre scolaire, présentent en France les taux de réussite les plus élevés (58,8 % et 66,8%, en gras dans le tableau), mais c'est aussi le cas pour l'ensemble des pays de l'OCDE, où les taux de réussite moyens à ces formats de questions sont de 62 % et 56 %. Autre constat : les QCM simples représentent également un format de question très réussi par les français (59,6 % de réussite contre 57,2 %pour la moyenne des pays de l'OCDE), bien que ce format de question, comme évoqué précédemment, ne leur soit pas très familier. On peut supposer que les Français, habitués à des formats ouverts, éprouvent une relative facilité en rencontrant des formats fermés.
Remarque : on constate cependant que pour certains exercices, des distracteurs attractifs et éventuellement placés dans les premières propositions, n'incitent pas les élèves à valider ou à invalider les autres réponses proposées et les conduisent alors à répondre de façon erronée (on abordera ce point particulier dans le chapitre 5).

Répartition des items par format de question, taux de non-réponse et taux de réussite

Format de question	Nombre d'items Maths	Taux moyen de non-réponse		Taux moyen de réussite	
		France	OCDE	France	OCDE
QCM multiple	11 (12,9 %)	3,2 %	3,4 %	46,1 %	43,3 %
QCM	17 (20 %)	4,1 %	4,2 %	**59,6 %**	57,2 %
Réponse construite fermée	13 (15,3 %)	6 %	6,7 %	**66,8 %**	62,1 %
Réponse courte	23 (27,1 %)	8,6 %	9 %	**58,8 %**	56 %
Réponse ouverte construite	21 (24,7 %)	25,5 %	24,9 %	37,3 %	33,4 %
Ensemble	85	**10.8 %**	**10.9 %**	**53.2%**	**49.9%**

2.3 Répartition des formats au sein des champs mathématiques évalués

Si l'on s'intéresse à la proportion des formats d'items au sein de chaque champ mathématique évalué, on constate de fortes disparités qui ne sont bien sûr pas sans conséquences sur les résultats.

	" Espace et formes "	**" Variations et relations "**	**" Quantité "**	**" Incertitude "**	TOTAL
QCM multiple	**20 %**	9,1 %	8,7 %	15 %	12,9 %
QCM simple	20 %	4,5 %	17,4 %	**40 %**	20 %
Réponse construite fermée	**30 %**	18,2 %	8,7 %	5 %	15,3 %
Réponse courte	10 %	18,2 %	**60,9 %**	15 %	27,1 %
Réponse ouverte construite	20 %	**50 %**	4,3 %	**25 %**	24,7 %

Nous ne parlerons pas du domaine **" Espace et formes ",** dans lequel la répartition des formats de questions est équilibrée. Il est plus intéressant de se pencher sur les différentes proportions surlignées ci-dessus dans les trois autres champs.

- La moitié des items du domaine **" Variations et relations**" consiste en réponses "ouvertes construites". Le taux de réussite moyen des élèves français à ces items est de 37,8 % alors qu'il atteint 67,8 % pour les autres formats de questions de ce domaine. Les réponses " ouvertes construites " attendues dans ce domaine peuvent nécessiter l'établissement d'une relation, l'emploi de grandeurs quotients, la détermination d'un pourcentage dans une situation complexe, l'argumentation sur une situation… et dans la majorité des cas l'élève doit expliquer et/ou montrer le travail qu'il a effectué, avec les difficultés déjà citées que cela suscite.

- Six items sur dix du domaine " **Quantité "** sont sous forme de réponses courtes. C'est aussi le domaine dans lequel la proportion de réponses courtes est la plus importante. Le contenu même de ce domaine, les compétences calculatoires, explique, en partie, la prédominance de ce type de questionnement.

- Dans le domaine " **Incertitude "** deux formats de question prédominent : les QCM et les réponses" ouvertes construites ". Ces dernières nécessitent de donner un ou des arguments pour valider ou invalider des propos donnés dans l'énoncé : c'est une tâche difficile tant pour les élèves français que pour l'ensemble des élèves de l'OCDE. Cependant le format de question n'est pas la seule difficulté : en effet, le taux moyen de réussite des élèves français aux questions à " réponse construite ouverte " est proche de 45 %, et proche de 50 % pour les QCM.

2.4 Correspondance des épreuves PISA avec les programmes français de mathématiques

Le groupe d'experts français de mathématiques travaillant pour PISA, constitué d'enseignants de mathématiques et d'IA-IPR (cf. Annexe 3), a tenté, pour donner une vision globale du contenu de cette évaluation, de placer les 85 exercices PISA de culture mathématique en regard des contenus d'enseignement français. Il en résulte les tableaux des pages suivantes.

Note de lecture des tableaux : les questions de PISA sont indiquées par leur code (ex : M513Q01 signifie l'exercice de Mathématique n° 513, Question n° 1). ***Ces codes sont ceux utilisés dans les bases de données de résultats, consultables sur le site public www.pisa.oecd.org****. Seuls les exercices libres de diffusion sont également indiqués par leur titre.*

Tous les exercices de culture mathématique libres de diffusion sont téléchargeables en français à l'adresse : http://www.educ-eval.education.fr/pisa3.htm (58 pages)

2.5 Ce qui, dans les programmes, n'est pas évalué par PISA

Dans l'évaluation PISA, certaines compétences ne sont pas évaluées alors qu'elles sont considérées fondamentales dans l'enseignement des mathématiques en France et nécessaires pour la poursuite d'études. Il s'agit par exemple de l'algèbre et du calcul, du raisonnement sur des situations géométriques utilisant certains théorèmes emblématiques ou certaines transformations. Ces points qui représentent environ 40% de l'enseignement des mathématiques en France sont totalement absents de l'évaluation PISA.

CONTENUS des PROGRAMMES de MATHEMATIQUES en France (du collège à la classe de seconde)	**ITEMS de MATHEMATIQUES de PISA2003** **Champs mathématiques :** ESPACE ET FORMES, **VARIATIONS ET RELATIONS,** **QUANTITÉ,** INCERTITUDE

" STATISTIQUE "

CLASSE DE SIXIEME

Exemples conduisant à lire et établir des relevés statistiques, sous forme de tableaux ou de représentations graphiques, éventuellement en utilisant un ordinateur.	M438Q01 - EXPORTATIONS **M155Q01** **M155Q04**

Classe de CINQUIÈME

Lecture, interprétation, représentations graphiques de séries statistiques	**M155Q02** M179Q01 - CAMBRIOLAGES M598Q01 M828Q02
Diagrammes à barres, diagrammes circulaires.	
Classes, effectifs. Fréquences.	M438Q02 - EXPORTATIONS

Classe de QUATRIÈME

Effectifs cumulés, fréquences cumulées.	
Moyennes pondérées.	M421Q01 M468Q01 CONTRÔLE DE SCIENCES **M411Q01** M420Q01
Initiation à l'usage des tableurs grapheurs.	
Valeur approchée de la moyenne d'une série statistique regroupée en classes d'intervalles.	

Classe de TROISIÈME

Caractéristiques de position d'une série statistique.	M513Q01 RÉSULTATS A UN CONTRÔLE
Approche de caractéristiques de dispersion d'une série statistique.	M421Q02 M421Q03
Initiation à l'utilisation des tableurs-grapheurs en statistique.	

Classe de SECONDE

Résumé numérique par une ou plusieurs mesures de tendance centrale *(moyenne, médiane, classe modale, moyenne élaguée)* *et une mesure de dispersion* *(on se restreindra en classe de seconde à l'étendue).*	M411Q02
Définition de la distribution de fréquences, *d'une série prenant un prenant un petit nombre de valeurs* *et de la fréquence d'un événement..*	
Simulation et fluctuation d'échantillonnage	M702Q01 OPINIONS FAVORABLES AU PRESIDENT

FONCTIONS et CALCULS

CLASSE DE SIXIEME

Nombres et calcul numérique	M496Q01 M496Q02 M806Q01 MOTIFS EN ESCALIER M434Q01 **M402Q01 CONVERSATIONS PAR INTERNET** **M446Q01** M145Q01 DÉS M800Q01
Écriture décimale et opérations	M474Q01 **M150Q01 CROISSANCE**
Division par un entier et valeur approchée	M547Q01 ESCALIER M484Q01 ÉTAGÈRES
Écritures fractionnaires du quotient de 2 entiers.	
Calcul littéral.	
Substitution de valeurs numériques dans une formule	**M704Q01 LA MEILLEURE VOITURE**
Application d'un pourcentage.	
Étude de situations relevant ou non de la proportionnalité	M810Q02 M810Q01
Lecture et réalisation de tableaux, de graphiques	**M302Q01** **M302Q02** **M150Q02 CROISSANCE**

Classe de CINQUIÈME

Expressions numériques. Produit de deux fractions	
Comparaison, somme et différence de deux fractions.	
k(a + b) ; k (a _b)	
Test par substitution de valeurs dans une expression littérale	
Mouvement uniforme.	
Déterminer un taux de pourcentage	M564Q02 **M155Q03**
Reconnaissance et mise en œuvre de la proportionnalité	M413Q01 TAUX DE CHANGE M413Q02 TAUX DE CHANGE M828Q03 M305Q01 **M810Q03** M413Q03 TAUX DE CHANGE

FONCTIONS et CALCULS, suite

Classe de QUATRIÈME

Opérations sur les relatifs en écriture décimale ou fractionnaire.	
Puissance d'un exposant entier ou relatif	
Touches , cos, 1/ x de la calculatrice	
Développement d'expressions	
Effets sur l'ordre de + et de -	M520Q01 SKATE M520Q03 SKATE
Équations du premier degré.	M124Q01 MARCHE A PIED
Vitesse moyenne.	M302QO3
Applications de la proportionnalité	M124Q03 MARCHE A PIED M564Q01
Initiation à l'usage de tableurs grapheurs	

Classe de TROISIÈME

Calculs comportant de radicaux	
Exemples d'algorithmes simples,	M603Q01 M603Q02
application numérique sur ordinateur.	
Fractions irréductibles.	
Factorisation (identités)	
Problèmes se ramenant au 1er degré	
Systèmes d'équations à 2 inconnues	
Effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires et des volumes	
Fonctions linéaires et affines	M446Q02

Classe de SECONDE

Nature et écriture des nombres. Notations N, Q, R. Z,D,	
Représentation des nombres dans une calculatrice. Nombres premiers	
Ordre des nombres. Valeur absolue d'un nombre.	
Les fonctions. Étude qualitative de fonctions.	M192QO1 M571Q01 M828Q01
Fonction croissante, fonction décroissante	
maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.	
Premières fonctions de référence. Fonctions linéaires et fonctions affines	
Fonctions et formules algébriques	
Mise en équation ; résolution graphique et algébrique d'équations et d'inéquations.	

GEOMETRIE

CLASSE DE SIXIEME

Parallélépipède rectangle : description, représentation et patrons.	M555Q02 DÉS A JOUER
Dans le plan, transformation de figures par symétrie axiale : construction d'images,	
construction de figures simples ayant un axe de symétrie, énoncé de propriétés	
Reproduction de figures planes simples.	
Abscisses positives sur une droite graduée	
Repérage dans le plan par des entiers relatifs	
Périmètre, cercle.	M266Q01 MENUISIER M406Q01 M406Q02
Aire et volume.	

Classe de CINQUIÈME

Prismes droits, cylindres de révolution: description, représentation et patrons.	
Dans le plan, transformation de figures par symétrie centrale	
Parallélogramme ; caractérisation angulaire du parallélisme.	
Cercle circonscrit.	
Repérage sur une droite graduée et dans le plan	
Somme des angles d'un triangle,	
inégalité triangulaire.	M462Q01
Aire du parallélogramme, du triangle, du disque.	

Classe de QUATRIÈME

Pyramide et cône de révolution. Volume.	
Translation.	
Milieux et parallèles dans un triangle,	
triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes ;	
droites remarquables.	
Cercle et triangle rectangle.	
Alignement de points et proportionnalité.	
Distance d'un point à une droite et tangente à un cercle.	
Pythagore et sa réciproque. Cosinus d'un angle aigu.	M273Q01

Classe de TROISIÈME

Sections d'une sphère ; d'un cube, d'un parallélépipède rectangle, d'un cône de révolution, d'une pyramide dans des cas simples.	M144 Q01 M144 Q02 M144 Q03 M144 Q04
Polygones réguliers.	
Transformation de figures par rotation ; composition de symétries	M447Q01
centrales ou de translations.	
Théorème de Thalès et réciproque.	
Vecteurs : somme de 2 vecteurs.	
Coordonnées du milieu d'un segment, d'un vecteur ;	
Distance de deux points à partir de leurs coordonnées.	
Relations trigonométriques dans un triangle rectangle	

Classe de SECONDE

Géométrie dans l'espace	M033Q01 M833Q01 M034Q01
Positions relatives des solides de droites et plans : règles d'incidence.	
Orthogonalité d'une droite et d'un plan.	
Les configurations du plan	
Triangles isométriques, triangles de même forme.	
Repérage dans le plan.	
Multiplication d'un vecteur par un réel.	
Équations de droites.	
Système d'équations linéaires.	

2.6 Ce qui est" hors des programmes " français

Parmi les 85 items de culture mathématique, une **quinzaine** ne relève pas des programmes français dispensés aux élèves de 15 ans. Les élèves ne disposaient donc pas des outils théoriques pour les résoudre. Tous les pays participants sont ainsi concernés par une proportion variable d'items hors de leurs programmes nationaux.

COMPETENCES ET CONTENUS hors des programmes français de Mathématiques (de collège et de seconde)	**ITEMS de Mathématiques de PISA2003 concernés**

COMPETENCES NON TRAVAILLEES	
Optimiser une formule.	**M704Q02 LA MEILLEURE VOITURE** **M559Q01**
Dénombrer.	**M520Q02 SKATE** **M510Q01 CHOIX**
Passer d'un langage à un autre.	**M442Q02**
Généralisation algébrique.	M406Q03

COMPETENCES NON *EVALUEES*	
Faire des essais	**M402Q02 CONVERSATION PAR INTERNET** M505Q01 DÉCHETS

CONTENUS NON TRAVAILLES	
Hasard et Probabilités.	M509Q01 TREMBLEMENT DE TERRE M710Q01 M408Q01 M423Q01 M467Q01 BONBONS COLORÉS M803Q01
Taux de variation d'une fonction.	**M150Q03 CROISSANCE**

2.7 Pays auteurs des exercices et langue d'origine
La très grande majorité des exercices a été créée par le Consortium international responsable de la mise en œuvre de PISA (les instituts de recherche en éducation australien, japonais et néerlandais décrits en annexe 3). Bien qu'officiellement encouragée, la contribution directe des pays est minime au final : peu de pays proposent des items (questions), mais ceux qui en proposent se voient imposer des délais de production très courts. *Ainsi, aucun exercice produit par la France n'avait été intégré à l'épreuve 2003 ; il figurent néanmoins à titre d' exemples dans le Cadre d'évaluation publié après l'épreuve, par l'OCDE.*
En conséquence, la langue *d'origine* de la plupart des items est l'anglais, ce qui favorise les pays anglophones, tandis que la très grande majorité des pays (non anglophones) fait travailler ses élèves sur des exercices traduits.

ITEM	Pays auteur	Langue d'origine
M438Q01	Argentina	Spanish
M438Q02	Argentina	Spanish
M266Q01	Australia	**English**
M603Q01	Austria	German
M603Q02	Austria	German
M810Q03	Canada	**English**
M474Q01	Canada	**English**
M800Q01	Canada	**English**
M810Q01	Canada	**English**
M810Q02	Canada	**English**
M467Q01	Canada	**English**
M468Q01	Canada	**English**
M803Q01	Canada	**English**
M806Q01	Canada	French
M124Q01	Consortium	Dutch
M124Q03	Consortium	Dutch
M150Q01	Consortium	Dutch
M150Q02	Consortium	Dutch
M150Q03	Consortium	Dutch
M155Q01	Consortium	Dutch
M155Q02	Consortium	Dutch
M155Q03	Consortium	Dutch
M155Q04	Consortium	Dutch
M033Q01	Consortium	Dutch
M034Q01	Consortium	Dutch
M145Q01	Consortium	Dutch
M402Q01	Consortium	**English**
M402Q02	Consortium	**English**
M446Q01	Consortium	**English**
M446Q02	Consortium	**English**
M411Q01	Consortium	**English**
M413Q01	Consortium	**English**
M413Q02	Consortium	**English**
M413Q03	Consortium	**English**
M434Q01	Consortium	**English**
M442Q02	Consortium	**English**
M496Q01	Consortium	**English**
M496Q02	Consortium	**English**
M510Q01	Consortium	**English**
M520Q01	Consortium	**English**
M520Q02	Consortium	**English**
M520Q03	Consortium	**English**

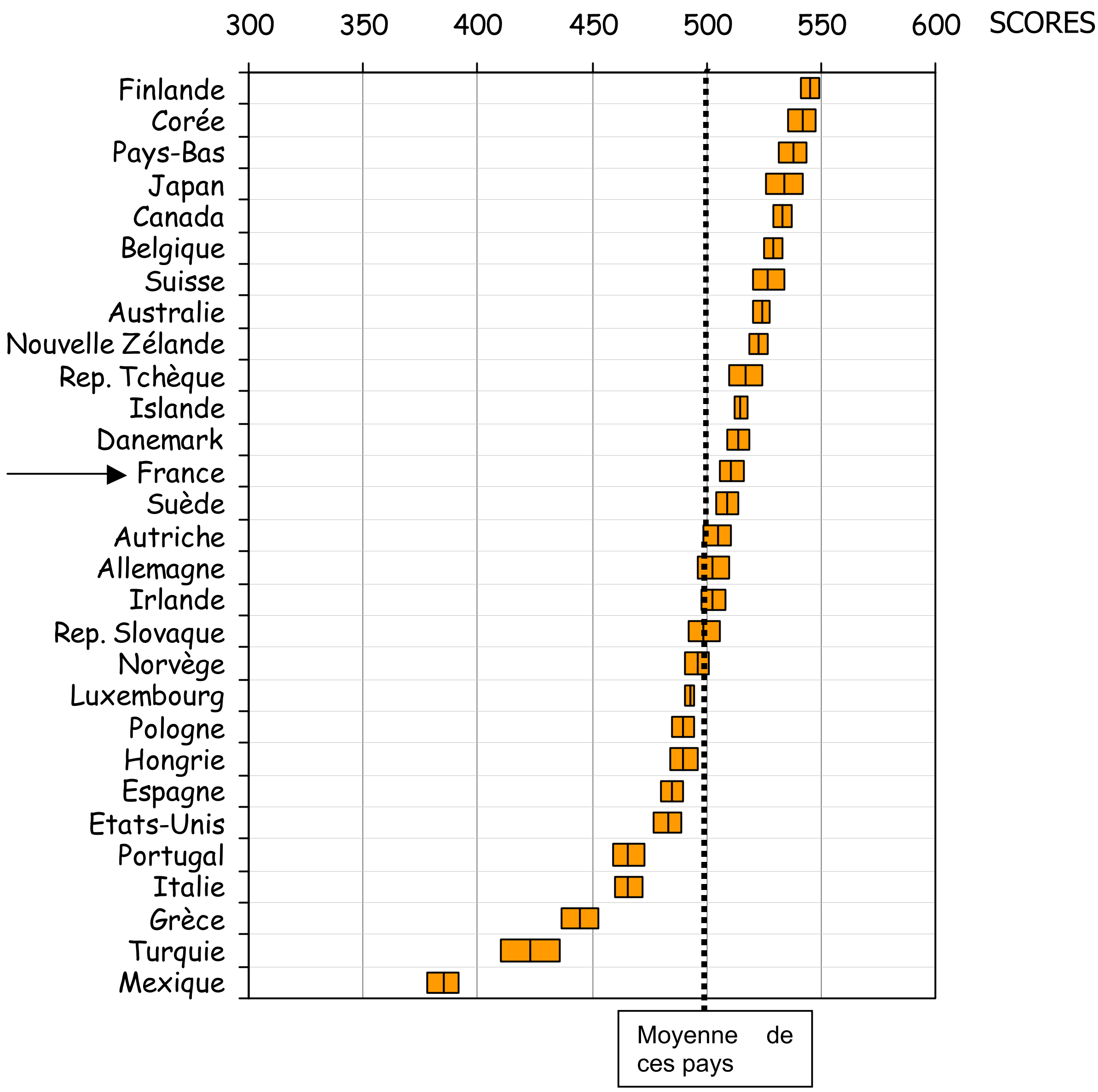
ITEM	Pays auteur	Langue
M305Q01	Consortium	**English**
M406Q01	Consortium	**English**
M406Q02	Consortium	**English**
M406Q03	Consortium	**English**
M447Q01	Consortium	**English**
M408Q01	Consortium	**English**
M411Q02	Consortium	**English**
M420Q01	Consortium	**English**
M421Q01	Consortium	**English**
M421Q02	Consortium	**English**
M421Q03	Consortium	**English**
M423Q01	Consortium	**English**
M505Q01	Consortium	**English**
M509Q01	Consortium	**English**
M513Q01	Consortium	**English**
M704Q01	Consortium	Japanese
M704Q02	Consortium	Japanese
M702Q01	Consortium	Japanese
M710Q01	Consortium	Japanese
M273Q01	Czech Republic	Czech
M484Q01	Czech Republic	**English**
M192Q01	Germany	German
M571Q01	Germany	German
M559Q01	Italy	**English**
M564Q01	Italy	**English**
M564Q02	Italy	**English**
M547Q01	Norway	**English**
M555Q02	Norway	**English**
M462Q01	Sweden	**English**
M464Q01	Sweden	**English**
M598Q01	Switzerland	**German**
M828Q01	The Netherlands	**English**
M828Q03	The Netherlands	**English**
M833Q01	The Netherlands	**English**
M828Q02	The Netherlands	**English**
M302Q01	TIMSS	**English**
M302Q02	TIMSS	**English**
M302Q03	TIMSS	**English**
M179Q01	TIMSS	**English**
M144Q01	United States	**English**
M144Q02	United States	**English**
M144Q03	United States	**English**
M144Q04	United States	**English**

CHAPITRE 4 – RÉSULTATS DES FRANÇAIS EN CULTURE MATHÉMATIQUE

1. Le score moyen obtenu par les élèves français en culture mathématique

Les 29 pays de l'OCDE ayant participé à PISA 2003 se classent par le **score moyen** obtenu par leur échantillon d'élèves de 15 ans en culture mathématique (cf. graphique 1). Ces scores moyens nationaux vont de 350 à 550 points, la moyenne des pays étant fixée à 500. Le score moyen obtenu par l'échantillon français est de 511, score légèrement au-dessus de la moyenne, mais de façon significative du point de vue statistique.

Graphique 1 : classement des 29 pays de l'OCDE, par ordre décroissant de score à PISA 2003.



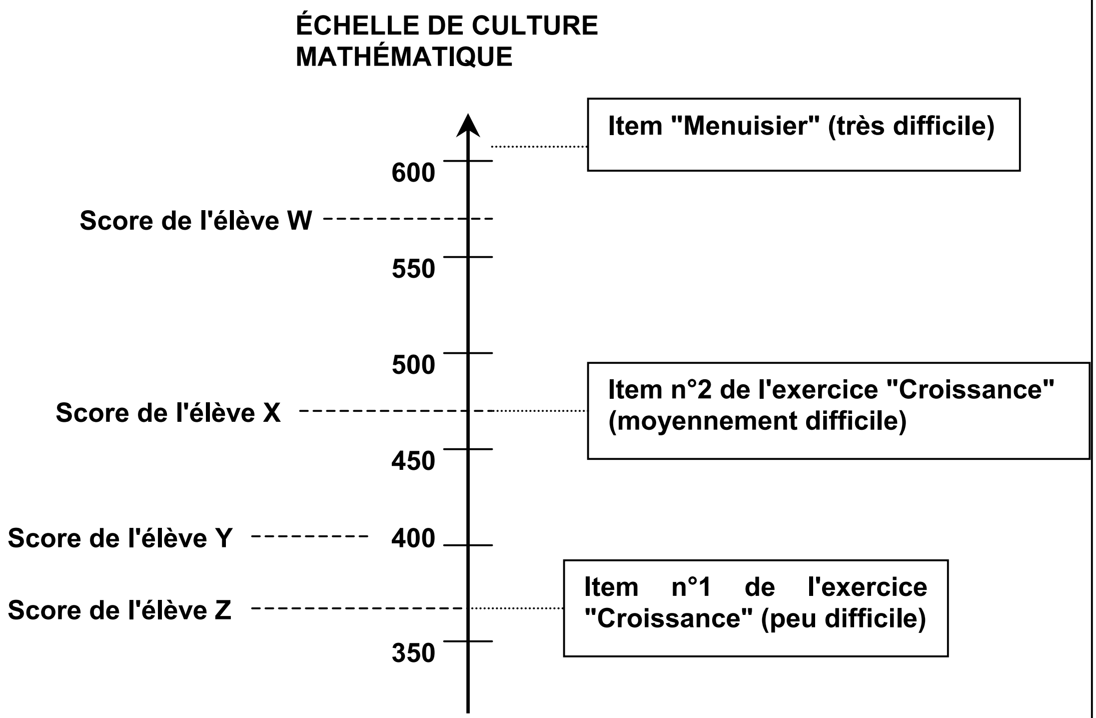
Lecture : les rectangles grisés représentent le score moyen de chaque pays, plus ou moins l'incertitude de mesure.

2. Résultats des élèves français par niveaux de compétence

2.1 Construction de l'échelle de culture mathématique

L'évaluation PISA 2003 a utilisé 85 items (questions) de mathématiques. L'ensemble de ces items représente 6 à 7 heures d'épreuve. Or chaque élève ne passe que deux heures d'évaluation : les items sont donc organisés en " blocs " d'une demi-heure, qui servent à constituer douze cahiers d'évaluation différents[1]. Cette structure d'épreuve, dans laquelle tous les élèves ne passent pas tous les items, permet de constituer **une "échelle" de culture mathématique, sur laquelle il est possible d'indiquer à la fois la performance des élèves à l'épreuve, et la difficulté des items :** le modèle mathématique dit " modèle de réponse à l'item " a été mis en œuvre au travers de procédures d'itération qui ont permis d'estimer simultanément **la probabilité qu'a un individu de répondre correctement à une série d'items donnés** et **la probabilité qu'a un item d'être résolu correctement par un groupe d'individus donné**. Les estimations ainsi obtenues ont été utilisées pour créer une échelle continue de culture mathématique, sur laquelle il est possible de situer à la fois **chaque élève**, pour estimer son niveau de compétence en mathématiques, et **chaque item**, pour estimer son niveau de difficulté, c'est-à-dire le niveau de compétence qu'il nécessite. Ainsi, les scores calculés à l'issue de l'évaluation PISA sont basés sur des **probabilité**s.
L'encadré 1 illustre ce modèle : l'élève Z a des compétences en culture mathématique inférieures à celles des élèves W, X et Y. Il est en mesure de résoudre l'item n° 1 de l'exercice "Croissance", mais probablement pas l'item n° 2, qui est plus difficile. Il ne pourra pas résoudre l'item Menuisier, situé au plus haut de l'échelle de difficulté des items. De façon générale, les élèves ont plus de chances de répondre correctement à des items situés à des niveaux inférieurs de l'échelle (et en ont d'autant plus que le niveau de difficulté des items diminue) et relativement moins de chances de répondre correctement à des items situés à des niveaux supérieurs de l'échelle.

Encadré 1 : mise en regard des élèves et des items sur l'échelle de culture mathématique



[1] Chaque type de cahier comporte quatre blocs, et la rotation des blocs est telle que chaque item figure dans le même nombre de cahiers, et que chaque bloc figure dans les quatre positions possibles dans les cahiers.

2.2 Description des niveaux de compétence en culture mathématique

2.2.a. Principe
Le choix a été fait de découper l'échelle de culture mathématique en **six niveaux de compétences, regroupant plusieurs scores**. L'échelle est découpée en tranches égales de scores : le niveau " 1 " va du score 358,3 à 420,4 ; le niveau 2 correspond à des scores compris entre 420,4 et 482,4 ; le niveau 3 correspond à des scores compris entre 482,4 et 544,4 [2]; le niveau 4 correspond à des scores compris entre 544,4 et 606,6 ; le niveau 5 correspond à des scores compris entre 606,6 et 668,7 ; et le niveau 6 pour des scores au dessus de 668,7.

Le critère retenu pour répartir les élèves entre les différents niveaux est le suivant : les élèves se situent au niveau de l'échelle dont ils sont susceptibles de résoudre la majorité des items. Par exemple, les élèves dont le score les place au niveau 3 sont susceptibles de résoudre au moins 50 % des items de ce niveau de difficulté. Les élèves ayant des scores similaires sont classés au même niveau : ainsi, dans l'encadré 1, les élèves Y et Z seront classés dans le même niveau.

Ces niveaux, qui regroupent également des items, correspondent à des ensembles de tâches mathématiques de difficulté croissante. Pour comprendre la hiérarchie de ces niveaux de compétences, il est nécessaire de les relier aux compétences mathématiques que les élèves doivent mettre en oeuvre pour atteindre chacun d'entre eux. Ces descriptions sont résumées dans **l'encadré 2, page 40**
On a également indiqué le pourcentage d'élèves situés dans chacun des niveaux, pour la France et pour la moyenne des pays de l'OCDE.

2.2.b. Exemples d'items de différents niveaux de difficulté
L'encadré 3 page 41 donne quelques exemples de **classification d'items PISA 2003 dans les niveaux** (ces items seront détaillés par la suite). Ils sont placés dans le tableau selon leur difficulté, les plus difficiles se situant au niveau 6 et les plus faciles au niveau 1 et en-deçà. Ce sont des paramètres statistiques qui, à l'issue de l'épreuve PISA 2003, ont permis de situer chaque item sur cette échelle de difficulté.

- Au bas de l'échelle de compétences, figurent des items qui s'inscrivent dans des contextes simples et plutôt familiers et qui demandent uniquement aux élèves de se livrer à une interprétation minimale de la situation et d'appliquer des connaissances courantes. Par exemple, la **question 1 de l'exercice Taux de change**, ci-dessous, considérée par les professeurs de mathématiques français comme un exercice du niveau de la classe de 5ème, correspondant à la partie du programme "Reconnaissance et mise en œuvre de la proportionnalité" (cf. chapitre 3).

Mademoiselle Mei-Ling, de Singapour, prépare un séjour de 3 mois en Afrique du Sud dans le cadre d'un échange d'étudiants. Elle doit changer des dollars de Singapour (SGD) en rands sud-africains (ZAR).

Question 1 : TAUX DE CHANGE [M413Q01]
Mei-Ling a appris que le taux de change entre le dollar de Singapour et le rand sud-africain est de
1 SGD = 4,2 ZAR.
Mei-Ling a changé 3 000 dollars de Singapour en rands sud-africains à ce taux de change.
Combien Mei-Ling a-t-elle reçu de rands sud-africains ?

Réponse : ……………..

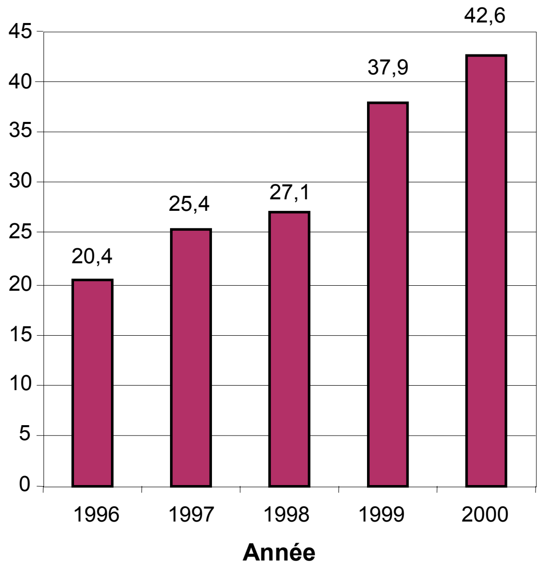
[2] Ainsi, dans une épreuve constituée par exemple d'items disséminés uniformément au niveau 3 (soit des degrés de difficulté compris entre 482,4 et 544,4 points), tous les élèves situés à ce niveau sont censés répondre correctement à au moins 50 pour cent des items. Un élève parvenant de justesse à ce niveau avec un score de 482,4 points est susceptible de répondre correctement à une proportion d'items qui est proche de 50 pour cent, alors qu'un élève l'ayant confortablement atteint est susceptible de répondre correctement à une proportion plus élevée d'items. Pour que cette théorie soit valide, il faut qu'un élève ayant obtenu 482,4 points ait 50 pour cent de chances de répondre correctement à un item situé au milieu du niveau 3 (de 513 points), mais qu'il ait plus de 50 pour cent de chances, 62 pour cent en l'occurrence, de répondre correctement à un item de 482,4 points, ce qui équivaut à son score.

- Au milieu de l'échelle de compétences, les items demandent nettement plus d'interprétation et se situent généralement dans des situations qui sont relativement peu familières. Ces items impliquent souvent un processus séquentiel de raisonnement ou de calcul. C'est le cas de la question **Exportations**, ci-dessous, également classée par le groupe français au niveau de la classe de 5ème ("Lecture, interprétation, représentation graphique de séries statistiques"). D'autres items de ce champ demandent parfois aux élèves d'exposer leur raisonnement dans une explication simple.

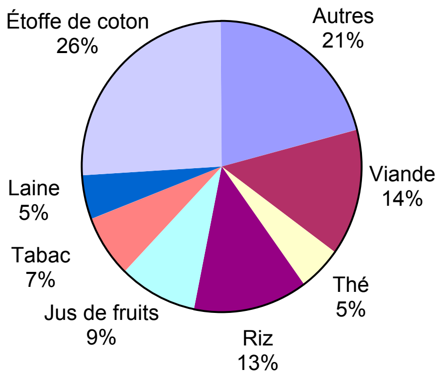
EXPORTATIONS

Les graphiques ci-dessous fournissent des informations sur les exportations de la Zedlande, un pays dont la devise est le zed.

Total des exportations annuelles de la Zedlande en millions de zeds, de 1996 à 2000



Répartition des exportations de la Zedlande pour l'année 2000



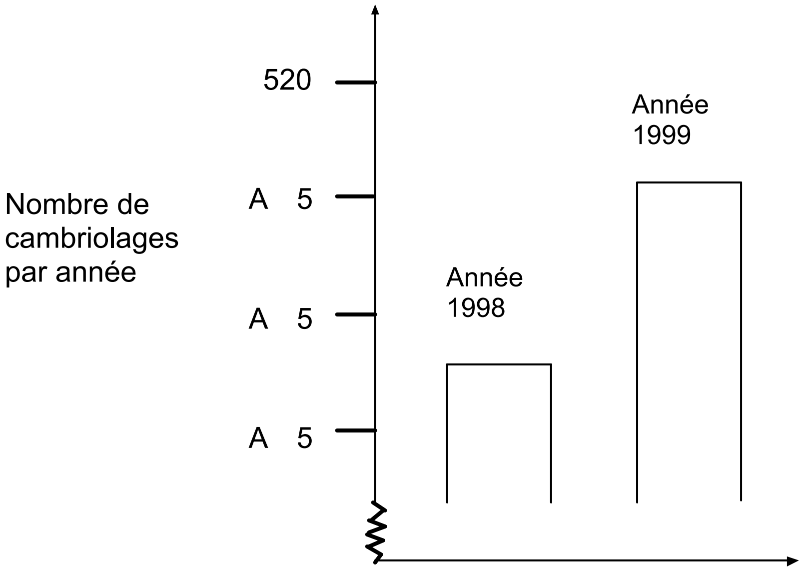
Question 2 : EXPORTATIONS [M438Q02]

Donnez une valeur approchée du montant des exportations de jus de fruits de la Zedlande en 2000 .

A- 1,8 million de zeds.
B- 2,3 millions de zeds.
C- 2,4 millions de zeds.
D- 3,4 millions de zeds.
E- 3,8 millions de zeds.

- Au sommet de l'échelle, les items comprennent généralement un certain nombre d'éléments différents et demandent aux élèves de se livrer à des interprétations encore plus approfondies. Les situations dans lesquelles ils s'inscrivent ne sont pas familières, ce qui impose aux élèves de réfléchir et de faire preuve de créativité. Pour répondre à ces items, les élèves doivent généralement argumenter et expliquer. Ils doivent ensuite s'appuyer sur leur compréhension des mathématiques et construire un raisonnement. Enfin, ils doivent énoncer leur conclusion clairement par écrit. Ce processus de réflexion et d'action est plutôt difficile pour des jeunes de 15 ans. C'est le cas pour la question 5 de l'exercice " Cambriolages " : la réponse requise pour obtenir le score maximal à cette question relève du niveau 6 de compétence (le niveau le plus élevé).

Question 1 : CAMBRIOLAGES
Lors d'une émission télévisée, un journaliste montre ce graphique et dit :
« Ce graphique montre qu'il y a eu une très forte augmentation du nombre de cambriolages entre 1998 et 1999. »



Considérez-vous que l'affirmation du journaliste est une interprétation correcte de ce graphique ?
Justifiez votre réponse par une explication.

CAMBRIOLAGES : consignes de correction Q 1

Crédit complet :
- Code 21 : "Non, ce n'est pas correct". La réponse met l'accent sur le fait que seule une **partie limitée** du graphique est présentée. Exemple de réponses :
  - Ce n'est pas correct. Il aurait dû montrer la totalité du graphique.
  - Je ne pense pas que ce soit une interprétation correcte du graphique, car s'ils avaient montré tout le graphique, on aurait vu qu'il y a eu seulement une légère augmentation des cambriolages.
  - Non, parce qu'il a utilisé la partie supérieure du graphique, et si on avait regardé le graphique complet de 0 à 520, cela n'aurait pas augmenté tant que cela.
  - Non, car le graphique donne l'impression qu'il y a eu un accroissement important, mais si on regarde les chiffres on voit qu'il n'y a pas eu une grosse augmentation.

- Code 22 : "Non, ce n'est pas correct". La réponse contient des arguments corrects en termes de rapport ou de pourcentage d'accroissement. Exemple de réponses :
  - Non, ce n'est pas correct. 10 n'est pas une très forte augmentation par rapport à un total de 500.
  - Non, ce n'est pas correct. En pourcentage, l'augmentation n'est que d'environ 2 %.
  - Non. 8 cambriolages de plus, c'est un accroissement de 1,5% : à mon avis, ce n'est pas beaucoup !
  - Non, c'est seulement 8 ou 9 de plus cette année. Par rapport à 507, ce n'est pas un nombre important.

- Code 23 : La réponse indique qu'il faut avoir des indications sur les tendances au cours du temps pour pouvoir former un jugement. Exemple de réponses :
  - On ne peut pas dire si l'accroissement est très fort ou non. Si le nombre de cambriolages en 1997 a été le même qu'en 1998, alors on pourrait dire qu'il y a eu un très fort accroissement en 1999.
  - On ne peut pas savoir ce que veut dire " très fort ", parce qu'il faut au moins deux changements pour dire que l'un est grand, l'autre petit.

Encadré 2 - Description des six niveaux de compétence en culture mathématique

Au niveau 6 [3,5 % des élèves français ; 4 % des élèves en moyenne pour l'ensemble de l'OCDE]
Les élèves sont capables de conceptualiser, de généraliser et d'utiliser des informations sur la base de leurs propres recherches et de la modélisation de problèmes complexes. Ils peuvent établir des liens entre différentes représentations et sources d'information et passer de l'une à l'autre sans difficulté. Ils peuvent se livrer à des raisonnements et à des réflexions mathématiques difficiles. Ils peuvent s'appuyer sur leur compréhension approfondie et leur maîtrise des relations symboliques et des opérations mathématiques classiques pour élaborer de nouvelles approches et de nouvelles stratégies à appliquer lorsqu'ils sont face à des situations qu'ils n'ont jamais rencontrées. Ils peuvent décrire clairement et communiquer avec précision leurs actes et les fruits de leur réflexion – résultats, interprétations, arguments – qui sont en adéquation avec les situations initiales.

Au niveau 5 [11,6 % des élèves français ; 10,6 % des élèves en moyenne pour l'ensemble de l'OCDE]
Les élèves peuvent élaborer et utiliser des modèles dans des situations complexes pour identifier des contraintes et construire des hypothèses. Ils sont capables de choisir, de comparer et d'évaluer des stratégies de résolution de problèmes mathématiques leur permettant de s'attaquer à des problèmes complexes en rapport avec ces modèles. Ils peuvent aborder les situations sous un angle stratégique en mettant en oeuvre un grand éventail de compétences pointues de raisonnement et de réflexion, en utilisant les caractérisations symboliques et formelles et les représentations y afférentes et en s'appuyant sur leur compréhension approfondie de ces situations. Ils peuvent réfléchir à leurs actes et formuler et communiquer leurs interprétations et leur raisonnement.

Au niveau 4 [22,1 % des élèves français ; 19,1 % des élèves en moyenne pour l'ensemble de l'OCDE]
Les élèves sont capables d'utiliser des modèles explicites pour faire face à des situations concrètes complexes qui peuvent leur demander de tenir compte de contraintes ou de construire des hypothèses. Ils peuvent choisir et intégrer différentes représentations, dont des représentations symboliques, et les relier directement à certains aspects de situations tirées du monde réel. Ils peuvent mettre en oeuvre un éventail de compétences pointues dans ces situations et raisonner avec une certaine souplesse en s'appuyant sur leur compréhension de ces contextes. Ils peuvent formuler des explications et des arguments sur la base de leurs interprétations et de leurs actions et les communiquer.

Au niveau 3 [25,9 % des élèves français ; 23,7 % des élèves en moyenne pour l'ensemble de l'OCDE]
Les élèves peuvent appliquer des procédures bien définies, dont celles qui leur demandent des décisions séquentielles. Ils peuvent choisir et mettre en oeuvre des stratégies simples de résolution de problèmes mathématiques. Ils peuvent interpréter et utiliser des représentations basées sur différentes sources d'information et construire leur raisonnement directement sur cette base. Ils peuvent rendre compte succinctement de leurs interprétations, de leurs résultats et de leur raisonnement.

Au niveau 2 [20,2 % des élèves français ; 21,1 % des élèves en moyenne pour l'ensemble de l'OCDE]
Les élèves peuvent interpréter et reconnaître des situations dans des contextes qui leur demandent tout au plus d'établir des inférences directes. Ils ne peuvent puiser des informations pertinentes que dans une seule source d'information et n'utiliser qu'un seul mode de représentation. Ils sont capables d'utiliser des algorithmes, des formules, des procédures ou des conventions élémentaires. Ils peuvent se livrer à un raisonnement direct et interpréter les résultats de manière littérale.

Au niveau 1 [11 % des élèves français ; 4 % des élèves en moyenne pour l'ensemble de l'OCDE]
Les élèves peuvent répondre à des questions s'inscrivant dans des contextes familiers, dont la résolution ne demande pas d'autres informations que celles présentes et qui sont énoncées de manière explicite. Ils sont capables d'identifier les informations et d'appliquer des procédures de routine sur la base de consignes directes, dans des situations explicites. Ils peuvent exécuter des actions qui vont de soi et qui découlent directement de l'énoncé.

Encadré 3 - Classification de quelques items de PISA 2003 selon leur niveau de difficulté

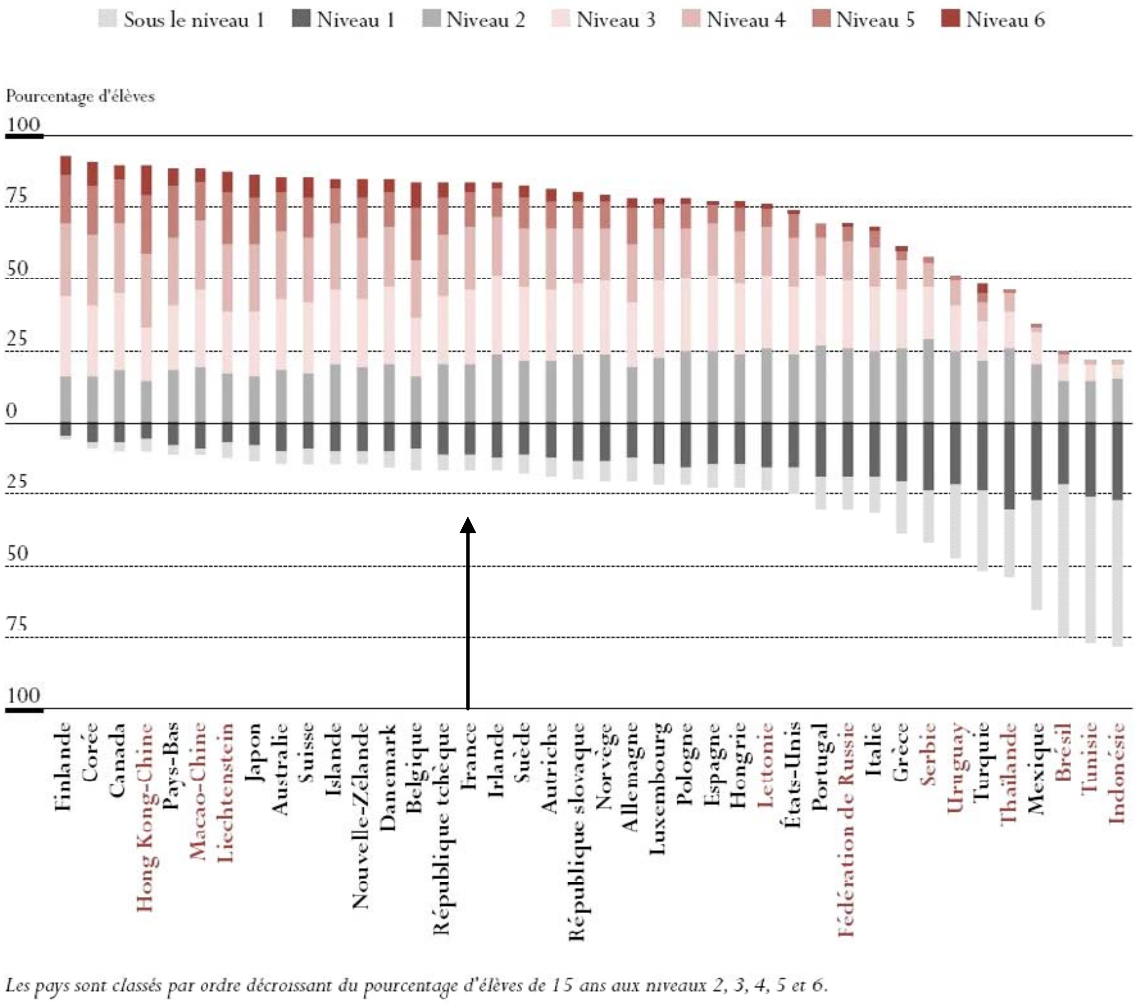
Niveau	Espace et Formes	Variations et Relations	Quantité	Incertitude
Niveau 6	**Menuisier** **Question 1** M266Q01	**Marche à pied Question 3, crédit 3** M124Q03.3		**Cambriolages Question 1, crédit 2** M179Q01.2
Niveau 5		**Marche à pied Question 3, crédit 2** M124Q03.2 **Marche à pied Question 1** M124Q01[4]		**Résultats à un contrôle q1** M513Q01
Niveau 4		**Marche à pied Question 3, crédit 1** M124Q03.1 **Croissance Question 3** M150Q03	**Taux de change Question 3** M413Q03 **Skate Question 2** M520Q02 **Skate Question 3** M520Q03	**Cambriolages Question 1, crédit 1** M179Q01.1 **Exportations Question 2** M438Q02
Niveau 3	**Dés à jouer** M555Q02	**Croissance Question 2, crédit 2** M150Q02.2	**Skate Question 1, crédit t2** M520Q01.2	
Niveau 2	**Escalier** M547Q01	**Croissance Question 1** M150Q01	**Skate Question 1, crédit 1** M520Q01.1 **Taux de change Question 2** M413Q02	**Exportations Question 1** M438Q01
Niveau 1		**Croissance Question 2, crédit 1** M150Q02.1	**Taux de change Question 1** M413Q01	
Sous le niveau 1				

[4] M124Q01: les crédits 1 et 2 ont été additionnés dans le score final.

2. 3. Distribution des élèves français dans les niveaux de culture mathématique

Le graphique 2 ci-dessous indique, pour chaque pays ayant participé à PISA 2003, le pourcentage d'élèves situés dans chaque niveau de compétence en culture mathématique (tous champs mathématiques confondus).
L'origine a été placée à la jonction des niveaux 1 et 2, de façon à visualiser aisément **le pourcentage d'élèves situés en dessous du niveau 2**, considéré par l'OCDE comme le niveau élémentaire de mathématiques. Les niveaux " problématiques " pour les acteurs éducatifs et les décideurs des pays sont les niveaux 1 et inférieur.
Ainsi, en Indonésie, le pourcentage d'élèves situés en-dessous du niveau 2 atteint 75 % de la population scolarisée à 15 ans, tandis qu'il est presque nul en Finlande. La France, repérée par la flèche, se situe au milieu du tableau (16,6 % d'élèves en-dessous du niveau 2) ; aux États-Unis, près d'un quart des élèves sont concernés.

Graphique 2 - Pourcentage d'élèves dans chaque niveau de compétence en culture mathématique, pour tous les pays ayant participé à PISA 2003



Les pays sont classés par ordre décroissant du pourcentage d'élèves de 15 ans aux niveaux 2, 3, 4, 5 et 6.
Source : Base de données PISA 2003 de l'OCDE, tableau 2.5a.

- Une étude plus fine des résultats, présentée dans le tableau 1 ci-dessous montre que notre pays, comparativement à la moyenne des pays de l'OCDE participants, a relativement peu d'élèves dans les bas niveaux (niveau 1 et inférieur, grisés) mais il présente également peu d'élèves dans les niveaux élevés (niveau 5 et niveau 6, grisés), comparativement à des pays comme la Finlande, la Corée ou la Belgique.

Tableau 1 - Pourcentages d'élèves par niveau pour la France, pour la Finlande et pour l'ensemble des pays de l'OCDE

	Sous le niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6
France	5,6	11,0	20,2	25,9	22,1	11,6	3,5
Finlande	1,5	5,3	16,0	27,7	26,1	16,7	6,7
Moyenne OCDE	**8,2**	**13,2**	**21,1**	**23,7**	**19,1**	**10,6**	**4,0**

Source : extrait du tableau 2.5a de l'annexe B1 page 382 du rapport de l'OCDE,

Ainsi, en France, un total de 16,6% d'élèves est en-dessous du niveau 2, ce qui est inférieur à la moyenne des pays de l'OCDE (21,4 %), mais très supérieur aux 6,8% de la Finlande. Parallèlement à cela, en France 15,1% d'élèves ont un niveau supérieur au niveau 4, ce qui est proche de la moyenne des pays de l'OCDE (14,6 %), mais bien inférieur aux 23,4% atteints par l'échantillon finlandais.

- Une étude particulière, menée sur l'échantillon français, a permis de croiser niveaux de compétences et classe d'étude (classe dans laquelle les élèves sont scolarisés). Cela donne les deux tableaux 2 et 3 suivants :

Tableau 2 - Répartition en France des niveaux de compétences des élèves de 15 ans selon leur classe d'étude

	Niveau 1 et inférieur	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	**ensemble**
1ère	1.0%	1.0%	12.1%	23.2%	**42.4%**	**20.2%**	**100.0%**
2nde Générale et Technologique	1.4%	8.9%	27.2%	36.9%	21.1%	4.6%	**100.0%**
2nde professionelle	13.7%	31.5%	36.0%	17.3%	1.5%	0.0%	**100.0%**
3ème Générale	21.5%	37.0%	30.7%	9.1%	1.0%	0.2%	**100.0%**
3ème Insertion	58.0%	32.0%	8.0%	2.0%	0.0%	0.0%	**100.0%**
3ème SEGPA	87.0%	10.1%	2.9%	0.0%	0.0%	0.0%	**100.0%**
3ème Technologique	38.9%	35.8%	22.8%	2.6%	0.0%	0.0%	**100.0%**
Total 3ème	**28.6%**	**35.3%**	27.4%	7.5%	0.8%	0.1%	**100.0%**
4ème	62.7%	28.2%	7.2%	1.4%	0.0%	0.0%	**100.0%**
autre	59.1%	25.0%	6.8%	4.5%	2.3%	2.3%	**100.0%**
ensemble	16.6%	20.2%	25.9%	22.1%	11.6%	3.5%	**100.0%**

On peut lire ce tableau 2 ainsi : pour chaque classe d'étude, les cases grisées signalent les niveaux où se situent la majorité des élèves. Ainsi, si l'on considère les élèves qui sont en classe de première à 15 ans, on voit que 62,6 % d'entre eux atteignent les niveaux 5 ou 6 (42,4 % + 20,2 %). Si l'on considère les élèves de 15 ans toutes 3ème confondues, on observe que 63,9 % d'entre eux ont un niveau inférieur au niveau 3. Pour les élèves de SEGPA, ce pourcentage atteint 97,1 %.

Tableau 3 - Répartition en France des classes des élèves selon leurs niveaux de compétence

	Niveau 1 et inférieur	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**	**Niveau 5**	**Niveau 6**	**ensemble**
1ère	0.2%	0.1%	1.1%	2.3%	7.9%	16.0%	2.2%
2nde Générale et Technologique	4.9%	23.1%	53.5%	81.4%	88.9%	81.6%	49.6%
2nde professionelle	7.3%	12.3%	10.6%	5.7%	0.9%	0.0%	7.4%
3ème Générale	36.6%	45.8%	28.8%	9.6%	2.1%	1.6%	26.8%
3ème Insertion	4.6%	1.9%	0.4%	0.1%	0.0%	0.0%	1.4%
3ème SEGPA	9.5%	0.8%	0.2%	0.0%	0.0%	0.0%	1.8%
3ème Technologique	11.9%	8.0%	3.9%	0.5%	0.0%	0.0%	4.5%
Total 3ème	62.6%	56.4%	33.2%	10.2%	2.1%	1.6%	
4ème	20.8%	6.8%	1.3%	0.3%	0.0%	0.0%	5.2%
autre	4.1%	1.3%	0.3%	0.2%	0.2%	0.8%	1.1%
ensemble	**100.0%**	**100.0%**	**100.0%**	**100.0%**	**100.0%**	**100.0%**	**100.0%**

On peut lire ce tableau de la manière suivante : en France, 97,6 % des élèves de 15 ans situés au niveau 6 (cases grisées) sont scolarisés en seconde générale ou en première. Par ailleurs 62,6 % des élèves de quinze ans en-dessous du niveau 2 sont en classe de troisième, 20,8 % sont encore en quatrième , ce qui signifie que 83,4 % des élèves de 15 ans situés aux plus bas niveaux de PISA sont les élèves ayant un an ou deux ans de retard.

Cette étude confirme les résultats des évaluations menées par la DEP. Elle montre, en outre :

- d'une part, sur quelles populations d'élèves il faut améliorer les apprentissages en mathématiques pour élever le niveau général de compétences (population située dans les bas niveaux de PISA).
- d'autre part, sur quels types de compétences, au-delà des contenus, il serait souhaitable que les élèves français améliorent leurs performances.

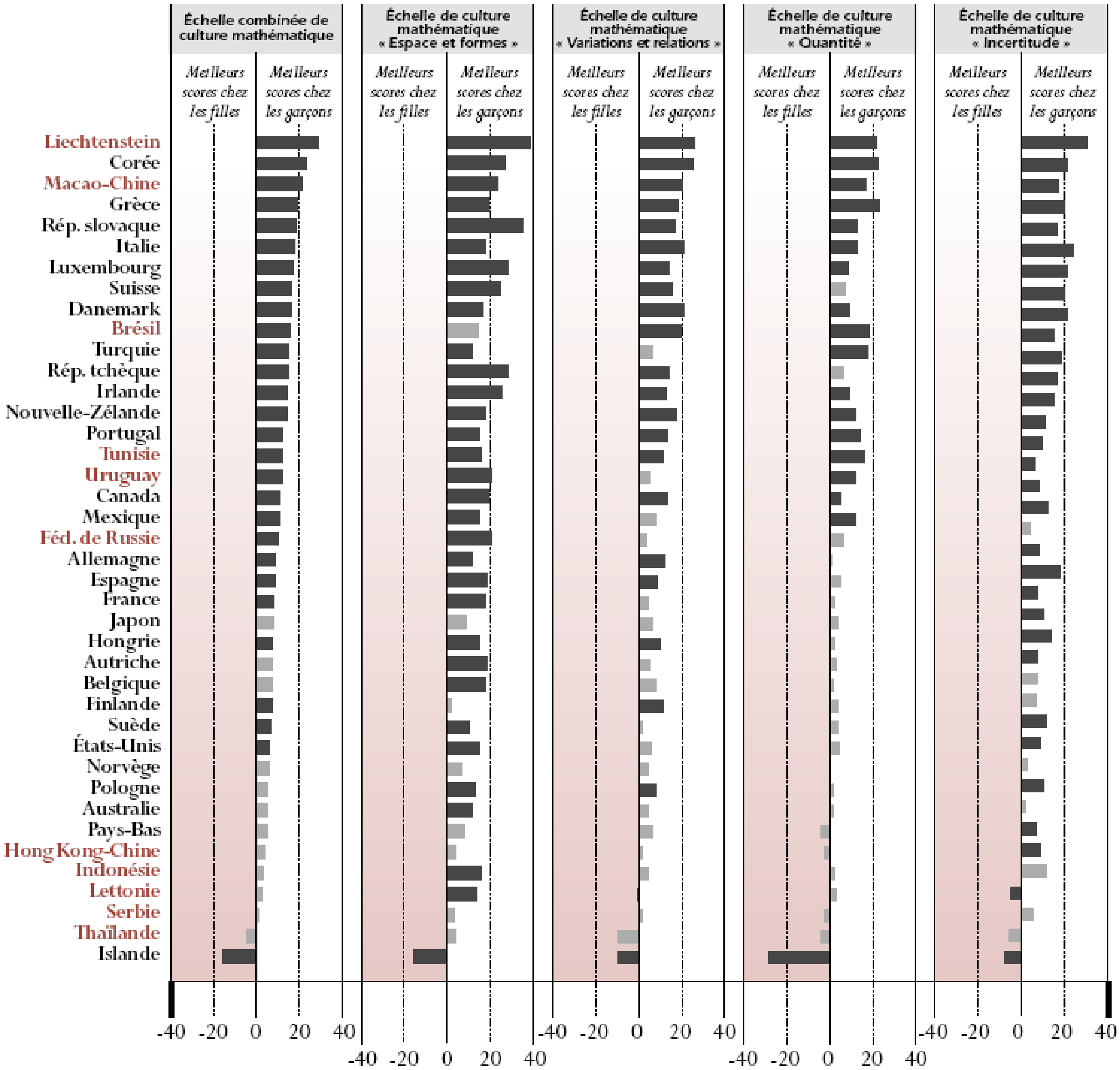
3. Résultats des élèves français selon leur sexe.

3.1 Différences filles/garçons dans les pays participants et dans les quatre champs mathématiques évalués

Parmi les élèves français, on observe une légère différence des scores, statistiquement significative, de 8 points à l'avantage des garçons (les filles obtenant un score moyen de 507 points contre 515 points pour les garçons). Cette observation n'est pas propre à la France. En effet, l'enquête PISA montre qu'en culture mathématique des écarts de scores entre les sexes sont visibles dans la plupart des pays et que les garçons obtiennent des scores plus élevés. Seule l'Islande affiche des scores en mathématiques systématiquement meilleurs pour les filles que pour les garçons.

La figure 2 ci-dessous, tirée du rapport de l'OCDE, représente les différences de performance des élèves en culture mathématique selon leur sexe et illustre les propos précédents.

Figure 2 – Différence de performances des filles et des garçons, sur l'échelle globale de culture mathématique et sur les 4 sous-échelles, pour tous les pays participants à PISA 2003



Note : Les différences statistiquement significatives sont indiquées par une couleur plus foncée.
Source : Base de données PISA 2003 de l'OCDE, tableaux 2.5c, 2.1c, 2.2c, 2.3c et 2.4c.

Cette différence de performance en mathématiques entre les sexes peut être rapprochée des résultats de précédentes évaluations : l'enquête TIMSS[5] menée en 1994 et 1995, qui portait sur les mathématiques et les sciences, montrait que la différence entre les sexes (en faveur des garçons) en mathématiques s'accentue avec le niveau scolaire : chez les élèves de la classe correspondant au CM1, la différence était significative dans seulement 3 pays sur les 16 participants, mais chez les élèves de la classe de quatrième, elle l'était dans 6 pays. Enfin, pour les élèves de première, c'est dans l'ensemble des pays participants que la différence de performance en faveur des garçons était constatée en mathématiques. Il semble que l'écart filles-garçons en mathématiques se creuse au cours de la scolarité.

3.2 Différences filles/garçons en France : scores obtenus aux quatre champs mathématiques évalués

A partir de cette même figure, on remarque qu'en France tout comme dans de nombreux autres pays, les différences de scores entre filles et garçons sont encore plus accentués **dans les champs mathématiques " *Espace et formes* " ainsi que " *Incertitude* ".**
Ceci est confirmé par une présentation plus fine des résultats pour chacun des deux sexes des élèves français dans les différents champs mathématiques évalués (tableau 4 ci-dessous). Les différences de scores signalées en gras sont statistiquement significatives.

Tableau 4 - Comparaison des scores moyens des filles et des garçons, par champs mathématiques

	Score moyen obtenu par les filles	Score moyen obtenu par les garçons	Différence de score, en points
Ensemble des items de culture mathématique	507	515	**8**
Espace et forme	499	517	**18**
Variations et relations	518	522	4
Quantité	506	508	2
Incertitude	501	512	**11**

3.3 Différences filles/garçons en France: pourcentages d'élèves dans les 6 niveaux de performance

D'autre part, le tableau 5 ci-dessous, montre que si l'on s'intéresse à la répartition des filles et des garçons dans les divers niveaux de performance, on constate que **les différences entre les sexes tendent à être plus prononcées dans les niveaux de performance élevés (niveaux 5 et 6)**, et ce quel que soit le champ mathématique considéré. Ces différences sont encore plus marquées dans les champs mathématiques où l'écart de score entre filles et garçons est le plus important (*Espace et forme ; Incertitude*).

[5] *Trends in Mathematics and Science.* Évaluation menée par l'Association internationale pour l'évaluation du rendement scolaire (IEA), qui mesure les acquis des élèves par rapport aux programmes scolaires nationaux.

Tableau 5 : Pourcentages de filles et de garçons dans les sept niveaux de performance, pour chaque échelle de culture mathématique.

	Ensemble des items de culture mathématique		*Espace et forme*		*Variations et relations*		*Quantité*		*Incertitude*	
	Gar-çons	Filles	Gar-çons	Filles	Gar-çons	Filles	Gar-çons	Filles	Gar-çons	Filles
Sous le niveau 1	6,1	5,2	7,6	7,9	7,2	5,7	7,3	6,1	6,4	5,6
Niveau 1	10,7	11,3	10,7	13,2	9,6	9,4	11,1	11,1	11,4	13
Niveau 2	18,7	21,6	17,7	21,4	17,2	19,2	19,7	21	19,4	22,3
Niveau 3	25,1	26,6	22,7	24,1	22,6	25	24,5	26,2	24,1	26,4
Niveau 4	21,6	22,6	20,4	19,6	20,7	23,5	21,2	22,5	21,9	21,6
Niveau 5	13,3	10,1	**14**	**10,3**	15,6	13	12,1	10	**13**	**9,2**
Niveau 6	4,6	2,5	**6,8**	**3,6**	7,1	4,3	4,1	2,9	**3,7**	**2**
	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Cette tendance n'est pas spécifique à la France et il est à noter que dans les pays où les différences de score sont significatives, l'avantage des garçons est très variable.
Par ailleurs, les écarts observés entre filles et garçons en culture mathématique en 2003 (8 points) doivent être relativisés : ils sont très inférieurs à ceux observés en compréhension de l'écrit (38 points à l'avantage des filles) .

3.4 Différences filles/garçons en France : taux de réussite aux items

Le tableau 6 ci-dessous présente les taux de réussite obtenus par les filles et par les garçons, aux 85 items de mathématiques. La colonne "Différence" indique pour chaque item l'écart de réussite entre filles et garçons : taux de réussite garçons – taux de réussite filles, ceci par ordre croissant.

La différence moyenne observée entre le taux de réussite des garçons et celui des filles est de + **2,24 %**. Considérant qu'un écart est significatif lorsqu'il atteint 5 %: la différence de réussite à un item est donc significative en faveur des filles lorsqu'elle atteint - 3 %, et +°7 % en faveur des garçons. On identifie alors en haut du tableau (en grisé) un groupe de 13 items qui sont mieux réussis par les filles, et en bas un groupe de 15 items qui sont mieux réussis par les garçons.

- Si l'on considère le format de ces items, il semble que les **filles réussiraient mieux les items nécessitant une réponse construite, tandis que les garçons seraient avantagés par les QCM**.
- Du point de vue des compétences mathématiques théoriquement requises dans ces items (dernière colonne, cf.chapitre 3, § 1.3), il ne se dégage pas de véritable tendance.

Tableau 6 - Comparaison des taux de réussite des filles des garçons en France, pour tous les items de mathématiques de PISA 2003

Item	% de réussite des Filles	% de réussite des Garçons	Différence	Format de l'item	"Compétence"
M411Q01	64,30%	51,70%	-12,60%	Réponse courte	Reproduction
M442Q02	50,60%	44,20%	-6,40%	*Réponse construite, fermée*	Réflexion
M150Q03	54,20%	48,00%	-6,20%	*Réponse construite, ouverte*	Connections
M505Q01	46,30%	40,40%	-5,90%	*Réponse construite, ouverte*	Réflexion
M155Q02	70,10%	64,20%	-5,90%	*Réponse construite, ouverte*	Connections
M434Q01	27,50%	22,20%	-5,30%	Réponse courte	Connections
M124Q01	46,70%	41,50%	-5,20%	*Réponse construite, ouverte*	Reproduction
M411Q02	48,90%	44,10%	-4,80%	**QCM**	Connections
M413Q03	53,40%	48,90%	-4,50%	*Réponse construite, ouverte*	Réflexion
M150Q02	79,80%	75,50%	-4,30%	*Réponse construite, fermée*	Reproduction
M413Q02	85,90%	82,10%	-3,80%	Réponse courte	Reproduction
M510Q01	61,10%	58,00%	-3,10%	Réponse courte	Connections
M598Q01	70,20%	67,20%	-3,00%	*Réponse construite, fermée*	Réflexion
M702Q01	48,60%	45,80%	-2,80%	*Réponse construite, ouverte*	Connections
M509Q01	51,30%	48,90%	-2,40%	**QCM**	Réflexion
M484Q01	64,50%	62,30%	-2,20%	Réponse courte	Connections
M155Q04	68,40%	66,40%	-2,00%	**QCM complexe**	Connections
M704Q01	74,40%	72,50%	-1,90%	Réponse courte	Reproduction
M413Q01	89,60%	87,90%	-1,70%	Réponse courte	Reproduction
M564Q01	50,70%	49,00%	-1,70%	**QCM**	Reproduction
M547Q01	81,40%	79,90%	-1,50%	Réponse courte	Reproduction
M800Q01	89,20%	87,90%	-1,30%	**QCM**	Reproduction
M144Q03	78,60%	77,40%	-1,20%	**QCM**	Connections
M438Q01	90,20%	89,40%	-0,80%	*Réponse construite, fermée*	Reproduction
M603Q02	46,90%	46,10%	-0,80%	*Réponse courte*	Connections
M302Q01	96,00%	95,80%	-0,20%	*Réponse construite, fermée*	Reproduction
M704Q02	25,90%	25,90%	0,00%	*Réponse construite, ouverte*	Réflexion
M810Q01	55,20%	55,20%	0,00%	*Réponse courte*	Connections
M150Q01	78,30%	78,40%	0,10%	*Réponse construite, fermée*	Reproduction
M710Q01	40,00%	40,20%	0,20%	**QCM**	Connections
M571Q01	57,10%	57,40%	0,30%	**QCM**	Réflexion
M603Q01	57,50%	57,80%	0,30%	**QCM complexe**	Connections
M810Q02	72,20%	72,60%	0,40%	Réponse courte	Connections
M447Q01	74,60%	75,20%	0,60%	**QCM**	Reproduction
M496Q02	68,10%	69,00%	0,90%	Réponse courte	Connections

M302Q02	85,80%	86,70%	0,90%	*Réponse construite, fermée*	Connections
M124Q03	24,00%	25,20%	1,20%	*Réponse construite, ouverte*	Connections
M421Q01	67,10%	68,40%	1,30%	*Réponse construite, ouverte*	Reproduction
M462Q01	34,20%	35,80%	1,60%	*Réponse construite, ouverte*	Réflexion
M155Q01	71,40%	73,10%	1,70%	*Réponse construite, ouverte*	Connections
M145Q01	75,60%	77,60%	2,00%	*Réponse construite, fermée*	Reproduction
M033Q01	77,70%	79,80%	2,10%	**QCM**	Reproduction
M446Q01	69,90%	72,10%	2,20%	Réponse courte	Reproduction
M420Q01	46,10%	48,40%	2,30%	**QCM complexe**	Réflexion
M402Q02	33,10%	35,50%	2,40%	Réponse courte	Réflexion
M406Q03	18,00%	20,40%	2,40%	Réponse construite, ouverte	Réflexion
M828Q03	37,20%	39,80%	2,60%	Réponse courte	Connections
M408Q01	46,40%	49,10%	2,70%	**QCM complexe**	Connections
M520Q03	54,00%	57,20%	3,20%	Réponse courte	Connections
M144Q02	22,00%	25,40%	3,40%	*Réponse construite, fermée*	Connections
M144Q04	36,40%	39,80%	3,40%	*Réponse construite, fermée*	Connections
M520Q01	65,60%	69,40%	3,80%	Réponse courte	Reproduction
M474Q01	76,40%	80,20%	3,80%	*Réponse construite, fermée*	Reproduction
M828Q01	48,60%	52,80%	4,20%	*Réponse construite, ouverte*	Reproduction
M446Q02	5,30%	9,60%	4,30%	*Réponse construite, ouverte*	Réflexion
M828Q02	50,20%	54,50%	4,30%	Réponse courte	Connections
M421Q03	36,00%	40,40%	4,40%	**QCM**	Réflexion
M423Q01	77,10%	81,60%	4,50%	**QCM**	Reproduction
M155Q03	14,90%	19,50%	4,60%	*Réponse construite, ouverte*	Réflexion
M438Q02	45,70%	50,40%	4,70%	**QCM**	Connections
M513Q01	36,90%	41,60%	4,70%	Réponse construite, ouverte	Connections
M464Q01	21,70%	26,40%	4,70%	Réponse courte	Connections
M305Q01	71,30%	76,20%	4,90%	**QCM**	Connections
M564Q02	42,00%	47,20%	5,20%	**QCM**	Réflexion
M034Q01	41,30%	46,60%	5,30%	*Réponse construite, fermée*	Connections
M810Q03	19,80%	25,70%	5,90%	*Réponse construite, ouverte*	Réflexion
M266Q01	15,50%	21,80%	6,30%	**QCM complexe**	Connections
M179Q01	25,90%	32,40%	6,50%	*Réponse construite, ouverte*	Connections
M406Q02	18,40%	25,00%	6,60%	*Réponse construite, ouverte*	Connections
M559Q01	53,30%	60,20%	6,90%	**QCM**	Réflexion
M520Q02	43,90%	51,30%	7,40%	**QCM**	Reproduction
M555Q02	61,80%	69,80%	8,00%	**QCM complexe**	Connections
M406Q01	27,60%	35,70%	8,10%	Réponse construite, ouverte	Connections
M803Q01	17,10%	25,80%	8,70%	Réponse courte	Connections
M496Q01	47,40%	56,20%	8,80%	**QCM complexe**	Connections
M144Q01	49,00%	58,40%	9,40%	*Réponse construite, fermée*	Reproduction
M402Q01	58,60%	68,40%	9,80%	Réponse courte	Connections
M806Q01	55,30%	65,30%	10,00%	Réponse courte	Reproduction
M468Q01	41,90%	51,90%	10,00%	Réponse courte	Reproduction
M421Q02	11,60%	21,80%	10,20%	**QCM complexe**	Réflexion
M302Q03	26,40%	36,70%	10,30%	*Réponse construite, ouverte*	Réflexion
M273Q01	49,60%	60,20%	10,60%	**QCM complexe**	Connections
M833Q01	35,90%	46,80%	10,90%	**QCM complexe**	Connections
M467Q01	41,30%	53,50%	12,20%	**QCM**	Reproduction
M192Q01	29,80%	43,10%	13,30%	**QCM complexe**	Connections
	51,53%	**53,76%**			
		Différence moyenne :	**2,24%**		

- ***Taux de réussite des filles et des garçons par champs mathématiques***

	Nombre et % d'items		Items en faveur des garçons		Items en faveur des filles	
Quantité	23	27%	3	20%	6	46%
Variations et Relations	22	26%	3	20%	4	31%
Incertitude	20	24%	4	17%	2	15%
Espace et Formes	20	24%	5	33%	1	7%
	85		15		13	

Parmi les 15 items où les garçons ont une meilleure réussite, on trouve essentiellement des items du domaine "Espace et Formes" et "Incertitude" (cf. comparaison des scores au 3.2) ; parmi les 13 items en faveur des filles, on trouve surtout des items du domaine "Quantité".

- ***Taux de réussite des filles et des garçons par" sous-domaines" mathématiques***

Si l'on s'intéresse au subdivisions de ces domaines, c'est sur le travail sur les nombres que les filles réussissent mieux, tandis que les garçons creusent l'écart en géométrie. (Les sous-domaines sont indiqués par leur nom anglo-saxon, car la traduction de certains vers le français n'est pas littérale)*

	Total		**Filles +**	
Number	27	32%	**4**	**31%**
Discrete Maths	5	6%	2	15%
Functions	9	11%	3	23%
Statistics	18	21%	3	23%
Geometry	18	21%	1	8%
Probability	5	6%	0	0%
Algebra	3	4%	0	0%
	85		13	

	Total		**Garçons +**	
Number	27	32%	3	20%
Discrete Maths	5	6%	2	13%
Functions	9	11%	2	13%
Statistics	18	21%	2	13%
Geometry	18	21%	**5**	**33%**
Probability	5	6%	1	6%
Algebra	3	4%	0	0%
	85		15	

CHAPITRE 5 – RÉSULTATS FRANÇAIS PAR CHAMPS MATHÉMATIQUES

Ce chapitre décrit les résultats des élèves français dans chacun des 4 champs mathématiques évalués en 2003 :

- Espace et Formes
- Variations et Relations
- Quantité
- Incertitude

1 - Champ Espace et Formes

1.1 Résultats généraux

Le champ « Espace et formes » est constitué d'une vingtaine d'items très divers, dont le support est généralement géométrique, mais il ne s'agit pas à proprement parler d'exercices de géométrie tels que ceux travaillés en France (à l'exception d'un ou deux items - *Troisième côté et Dés à jouer*).

Sur l'ensemble de ce domaine, la France se situe légèrement au-dessus de la moyenne de l'OCDE, (environ au 16ème rang des 30 pays de l'OCDE), tout comme en 2000 où ce même champ était évalué. Pour quelques items, elle se situe dans les tout premiers rangs (items qui ne peuvent être présentés ici car ils ne sont pas libres de diffusion).

Le taux de réussite moyen des élèves français en 2003 est de 49,9 %, supérieur à celui de l'OCDE (cf. tableau). Les taux de non-réponse sont similaires.

	France	**OCDE**
Score moyen dans "Espace et Formes"	508 ± 6 points	496
Taux de réussite moyen aux items	**49,9 %**	**47,2 %**
Taux de non-réponse moyen	11,2 %	10,5 %

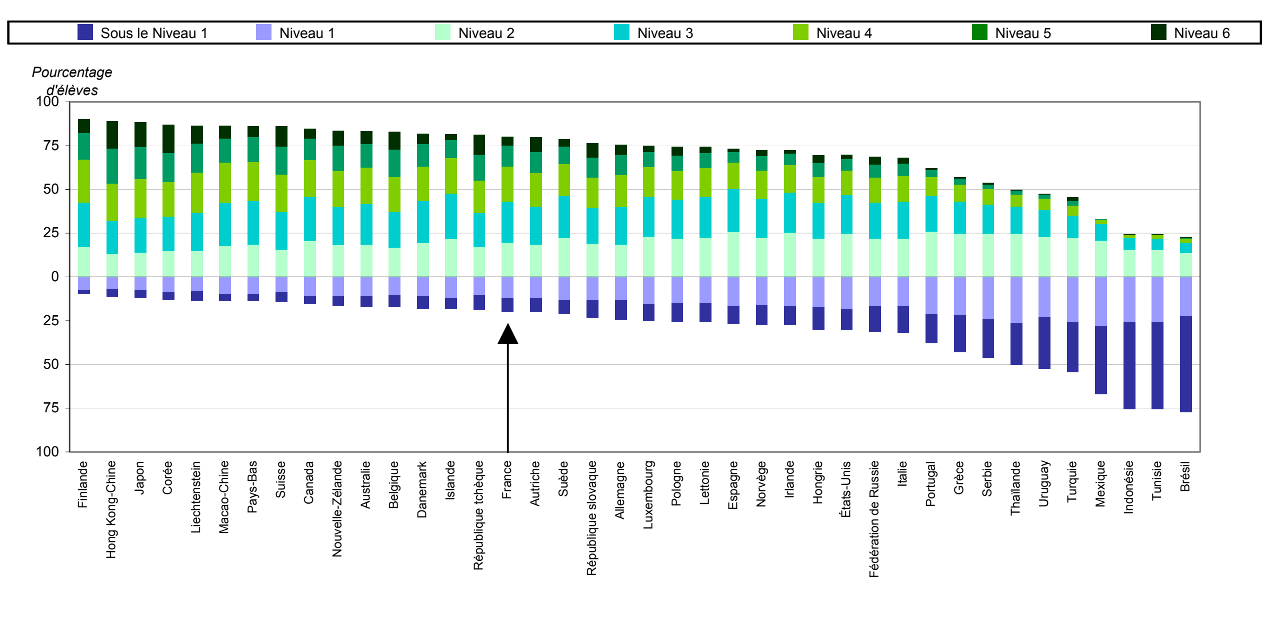
Au-delà de ce taux moyen, la réussite des élèves français à chaque item est très variable, ce qui peut s'expliquer en partie par la grande diversité des situations proposées.

Par ailleurs, les tâches demandées aux élèves dans ce champ de PISA consistent davantage à interpréter des représentations qu'à véritablement raisonner sur des figures géométriques. La démarche consistant à analyser des propositions n'est plus familière aux élèves français car l'accent est mis, au collège, sur la construction d'un raisonnement à partir des figures.

En outre, les représentations utilisées dans PISA ne leur sont pas habituelles : c'est par exemple la perspective axonométrique qui est utilisée dans PISA, alors que l'enseignement français s'appuie essentiellement sur la perspective cavalière.

1.2 Résultats par niveaux de compétence

Ci-dessous, le graphique représente, pour chaque pays, le pourcentage d'élèves situés dans chaque niveau de compétence.



Pourcentage d'élèves à chaque niveau de l'échelle de culture mathématique « Espace et formes »

Source : Base de données PISA 2003 de l'OCDE, Tableau 2.1a.

On peut en extraire le tableau suivant, comparant la distribution des élèves français et celle de l'ensemble des élèves de l'OCDE dans les différents niveaux :

Pourcentages d’élèves par niveau, France et l’OCDE

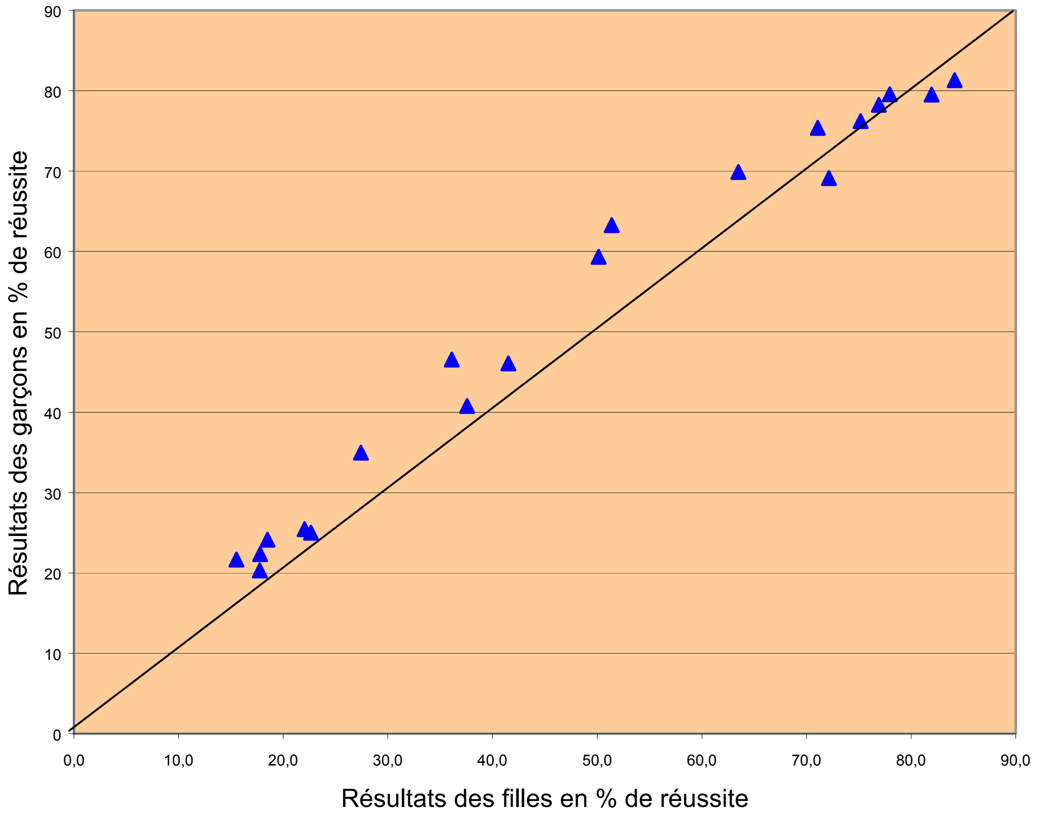
	Sous le niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6
France	7,7 %	12 %	19,6 %	23,4 %	20 %	12 %	5,1 %
Moyenne OCDE	10,6 %	14,2 %	20,4 %	21,5 %	17,2 %	10,4 %	5,8 %

Le tableau précédent montre que le pourcentage d'élèves français est très légèrement supérieur à celui de la moyenne OCDE pour les niveaux "intermédiaires", et qu'en revanche, la France affiche moins d'élèves dans les niveaux "extrêmes" (sous le niveau 1, et niveau 6) que la moyenne des pays de l'OCDE : moins d'élèves très faibles et également moins d'élèves très forts.

1.3 Comparaison des résultats Filles/Garçons

C’est dans le champ mathématique "Espace et Formes" que l’écart de score (18 points en faveur des garçons) est le plus important pour les élèves français, comme on l'a vu au chapitre précédent. Comme l’indique le graphique ci-dessous, les résultats des garçons sont significativement meilleurs, surtout lorsque la réussite est moyenne ou faible. Cette tendance s’observe également pour tous les pays de l’OCDE.

Graphique - Comparaison des taux de réussite des filles et des garçons aux items du champ "Espace et formes"

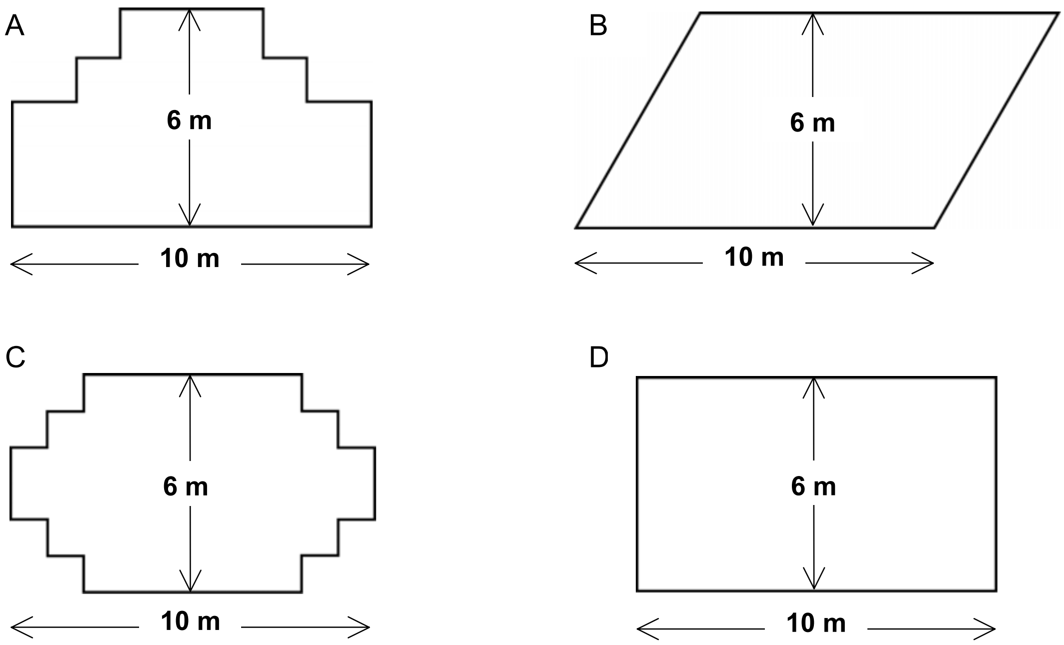


Lecture du graphique : l'abscisse et l'ordonnée indiquent respectivement les taux de réussite des filles et des garçons, aux vingt items du champ "Espace et Formes". La diagonale représente le cas où les taux de réussite des filles et des garçons sont égaux. Une majorité de triangles est située au-dessus de cette diagonale, indiquant qu'une majorité d'items est mieux réussie par les garçons que par les filles.

1.4 Trois exemples d'exercices et résultats français

- ***Exemple 1 : Menuisier [Code M 266Q01]***

Un menuisier dispose de 32 mètres de planches et souhaite s'en servir pour faire la bordure d'une plate-bande dans un jardin. Il envisage d'utiliser un des tracés suivants pour cette bordure :



Question 1 :

Indiquez, pour chacun des tracés, s'il peut être réalisé avec les 32 mètres de planches. Répondez en entourant « Oui » ou « Non ».

Tracé de la bordure	**En utilisant ce tracé, peut-on réaliser la plate-bande avec 32 mètres de planches ?**
Tracé A	Oui / Non
Tracé B	Oui / Non
Tracé C	Oui / Non
Tracé D	Oui / Non

Le problème "Menuisier", présenté ci-dessus, amène les élèves à interpréter, en termes de périmètre, diverses représentations dont certaines leur sont familières (figures B et D) et d'autres moins (A et C). Il se place au plus haut niveau de l'échelle de difficulté du champ « Espace et formes » (La description complète des 6 niveaux de compétence du champ "Espace et Formes" se trouve en Annexe 7 de ce dossier).

Sous le niveau 1	**Niveau 1**	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**	**Niveau 5**	**Niveau 6**

358,3 **420,4** **482,4** **544,4** **606,6** **668,7**

Score 687

Bien qu'elle fasse appel à des notions élémentaires de géométrie (comparaison de périmètres de figures), cette question qui implique d'analyser correctement les quatre représentations n'est pas si simple. Seul un raisonnement logique et assez abstrait peut amener à des conclusions valides :
• pour la figure D, le calcul du périmètre aboutit très vite à la conclusion que 32 mètres suffiront ;
• la figure B est également une figure familière. Le calcul du périmètre de cette figure est cependant difficile à établir : un raisonnement logique, basé sur la comparaison des figures B et D, amène à constater que les longueurs des « côtés horizontaux » sont identiques, alors que celles des deux autres côtés du parallélogramme sont plus grandes que les largeurs du rectangle. Cette figure est donc à rejeter ;
• pour la figure A et la figure C, une comparaison du périmètre de la figure D avec les périmètres des deux figures amène à constater l'égalité des longueurs des contours dans les trois cas.

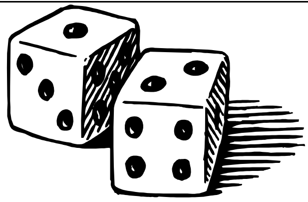
La réussite à cet exercice correspond à quatre bonnes réponses. Ceci est sans doute une des raisons de son classement au niveau 6 de l'échelle de difficulté. Les taux de réussite moyens sont les suivants, pour la France et pour l'ensemble des pays de l'OCDE :

Question "Menuisier"	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**18,5 %**	**20 %**
Taux de non-réponse moyen	4,7 %	2,5 %

Ces résultats sont particulièrement faibles : seuls 18,5 % des élèves français donnent les 4 bonnes réponses, alors que l'étude des figures A, C, et D s'inscrit dans les activités au programme de la classe de 6ème. Une moitié seulement des élèves français a donné au moins trois bonnes réponses, et le pourcentage d'élèves n'ayant pas donné de réponse est plus important en France que pour l'ensemble des pays de l'OCDE. On peut regretter que le travail sur les figures pratiqué en 6ème ne soit pas poursuivi au cours des autres années du collège.

- ***Exemple 2 : Dés à jouer [M 555Q02]***

Le dessin à droite représente deux dés.



Les dés sont des cubes avec des faces numérotées selon la règle suivante :

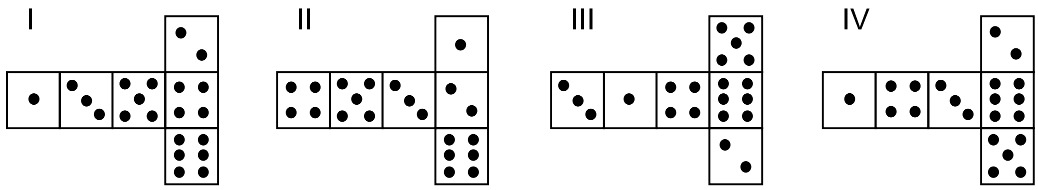
> La somme des points figurant sur deux faces opposées doit toujours être égale à 7.

Question

Vous pouvez aisément réaliser un dé en découpant, pliant et collant du carton. Cela peut se faire de plusieurs manières. Ci-dessous, vous pouvez voir quatre découpages qui peuvent être utilisés pour faire des dés, avec des points sur les faces.

Parmi les découpages ci-dessous, lequel ou lesquels peu(ven)t être plié(s) de manière à former un dé qui obéit à la règle selon laquelle la somme des faces opposées est égale à 7 ? Pour chacun des découpages, entourez soit « Oui », soit « Non » dans le tableau ci-dessous.

Découpage	**Obéit-il à la règle selon laquelle la somme des faces opposées est égale à 7 ?**
I	Oui / Non
II	Oui / Non
III	Oui / Non
IV	Oui / Non



Sur cet item, il s'agit de mobiliser des compétences relatives à la perception visuelle pour reconstituer mentalement le cube. Il se situe au niveau 3 de l'échelle de difficulté du champ « Espace et Formes » :

Sous le niveau 1	**Niveau 1**	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**	**Niveau 5**	**Niveau 6**

358,3 420,4 482,4 544,4 606,6 668,7

Score 503

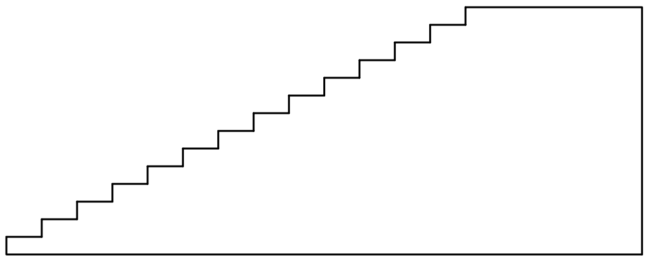
Le support utilisé est plus ludique (de type Rallye de mathématiques) que l'exemple précédent, et la tâche est plus habituelle (travail sur les patrons entretenu tout au long du collège), ce qui peut expliquer la réussite nettement meilleure : 2/3 des élèves français obtiennent 4 bonnes réponses sur 4. Ceci conjointement à un taux de non-réponse très faible (1,9 %) comme dans la plupart des QCM.

Question "Dés à jouer"	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	66,6 %	63 %
Taux de non-réponse moyen	1,9 %	2,3 %

Les taux de bonnes réponses aux différentes figures sont les suivants ;
figure I- 81,69%
figure II- 82%
figure III 82%
figure IV 78,74%

- ***Exemple 3 : Escalier [M 547Q01]***

Le schéma ci-dessous représente un escalier de 14 marches, qui a une hauteur totale de 252 cm



Question
Quelle est la hauteur de chacune des 14 marches ?
Hauteur : . . . . . . cm.

Cet item se situe au niveau 2 sur l'échelle des niveaux de compétences :

Sous le niveau 1	**Niveau 1**	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**	**Niveau 5**	**Niveau 6**

358,3 **420,4** **482,4** **544,4** **606,6** **668,7**

Score 421

Le contexte est assez familier aux élèves français. Il requiert principalement la reproduction de connaissances acquises : la réussite à ce problème nécessite simplement la mise en oeuvre d'une division. Le support visuel et le texte comportent toutes les données utiles à la résolution du problème (252 cm et 14 marches). La solution mathématique ne demande pas d'interprétation par confrontation au monde réel : il suffit d'indiquer le nombre obtenu comme résultat de la division (18) ; l'unité étant déjà fournie.

Question "Escalier"	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	82,5 %	78 %
Taux de non-réponse moyen	5,3 %	5,6 %

Avec des taux de non-réponses similaires, les élèves français se démarquent nettement de la moyenne des élèves de l'OCDE.

2 – Champ Variations et relations

2.1 Résultats généraux

Le champ **« Variations et relations »** évalue des compétences très variées à savoir, notamment, la mise en relation de variables, la lecture de graphiques, l'application et l'établissement de formules mathématiques. Il est sans doute celui qui s'approche le plus des contenus de l'enseignement des mathématiques en France, en fin de collège et au lycée. Ceci pourrait expliquer que, dans ce champ, les élèves français obtiennent leur meilleur score (cf. tableau), à savoir 520 points, alors que le score moyen de l'OCDE est de 499[1].

	France	**OCDE**
Score moyen dans "Variations et Relations"	520 ± 5 points **>>**	499
Taux de réussite moyen aux items	**52,8 % >>**	**47,5 %**
Taux de non-réponse moyen	16 %	16,2 %

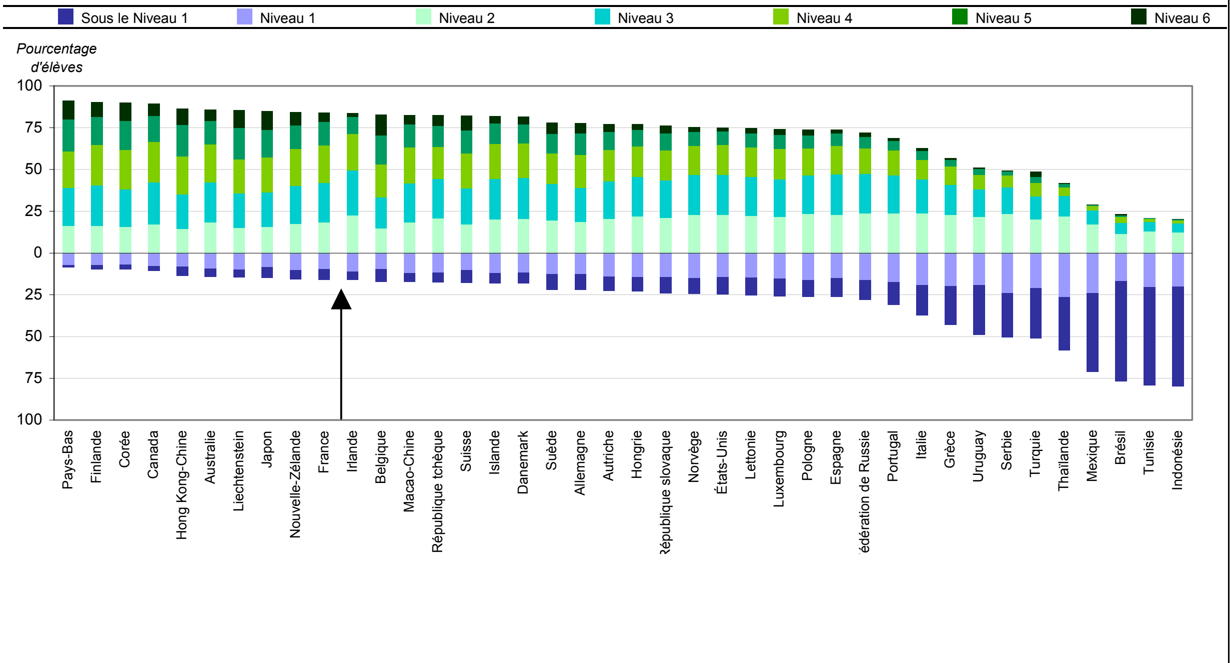
A taux de non-réponse identiques, le taux de réussite en France est très significativement supérieur à celui de l'ensemble des pays de l'OCDE car davantage d'élèves réussissent des items de niveau élevé : au final, plus de la moitié des élèves français réussissent les items proposés dans ce champ mathématique. De plus, en examinant les résultats à chaque item de ce champ, on constate que le taux de réussite des élèves français est presque toujours supérieur à la moyenne OCDE.
Cette différence à l'avantage des français, déjà observée lors de l'évaluation PISA 2000, s'explique en partie par le fait que l'étude de graphiques et la proportionnalité sont, dans notre pays, des contenus importants de l'enseignement des mathématiques.

Toutefois, les résultats des élèves français aux exercices varient en fonction des tâches demandées. Ils nous montrent l'importance de l'antériorité des apprentissages nécessaires à la résolution de la situation et de la familiarité de la situation proposée. Ainsi, on constate, tout comme en 2000, que les items impliquant la lecture directe de graphiques ont une réussite comprise entre 72,4 % et 97%. Cette compétence est travaillée non seulement en mathématiques, mais dans d'autres disciplines, comme l'Histoire-Géographie ou encore les Sciences de la vie et de la Terre.

Les élèves français sont en revanche moins à l'aise lorsqu'il s'agit d'interpréter les « variations » d'une courbe. De même, certains exercices de PISA montrent que les élèves français maîtrisent bien l'application d'une formule, mais ont beaucoup plus de difficulté à en établir une (construire une relation entre des variables).

[1] Ceci classerait la France au 10ème rang des pays de l'OCDE (*rang non significativement différent des pays classés entre le 7ième et le 14ième rang*).

2.2 Résultats par niveaux de compétence



Pourcentage d'élèves à chaque niveau de l'échelle de culture mathématique « Variations et relations »
Les pays sont classés par ordre décroissant du pourcentage d'élèves de 15 ans aux Niveaux 2, 3, 4, 5 et
Source : Base de données PISA 2003 de l'OCDE, Tableau 2.2a.

Pourcentages d'élèves par niveau, France et OCDE

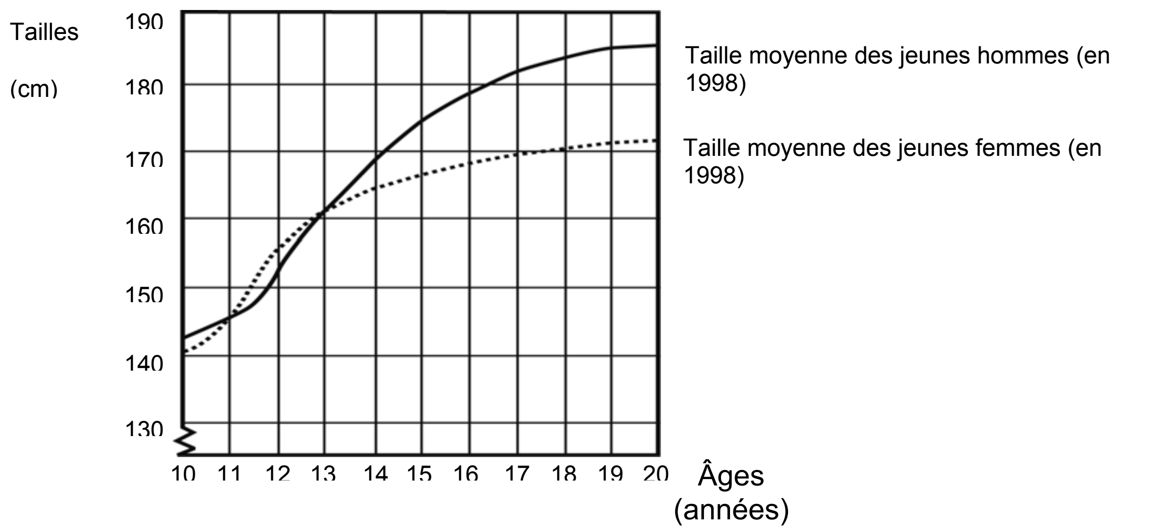
Niveaux	Sous le niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6
France	**6,4**	**9,5**	18,2	23,9	22,2	14,2	5,6
Moyenne OCDE	10,2	13	19,8	22	18,5	11,1	5,3

On note que la France présente, dans ce champ "Variations et Relations", peu d'élèves dans les bas niveaux (niveau 1 et inférieur), comparativement à l'ensemble des pays de l'OCDE.

2.3 Exemples d'exercices et résultats français :

- ***Exemple 1 : Croissance [M150Q03et Q02]***

La taille moyenne des jeunes hommes et des jeunes femmes aux Pays-Bas en 1998 est représentée par le graphique ci-dessous



Question A

Expliquez en quoi le graphique montre qu'en moyenne, la croissance des filles est plus lente après 12 ans.

. . . .

Question B

D'après ce graphique, pendant quelle période de leur vie les jeunes filles sont-elles, en moyenne, plus grandes que les jeunes hommes du même âge ? . . . .
. . . .

Croissance : Question A [M150Q03]:

Cette question se place au niveau 4 de l'échelle de culture mathématique «Variations et relations»

	1	2	3	4	5	6
358,3	420,4	482,4	544,4	606,6	668,7	

Question M150Q03

Les réponses correspondant à ce score de 574 points sont celles qui font référence au « changement » de pente qui caractérise la courbe des filles, soit de manière explicite en mentionnant l'atténuation de la courbe à partir de 12 ans en langage courant ou en langage mathématique, soit de manière implicite en utilisant l'augmentation effective de la taille avant et après l'âge de 12 ans.

Croissance : Question B [M150Q03]:

Cette question se situe à deux niveaux de difficulté en fonction de la justification donnée à la réponse : le crédit complet (niveau 3 de difficulté) est attribué aux réponses qui donnent l'intervalle correct, c'est-à-dire 11-13 ans, ou qui indiquent que les filles sont plus grandes que les garçons à 11 et 12 ans (cette réponse est correcte dans le langage courant, puisqu'elle fait référence à l'intervalle entre 11 et 13). Un crédit partiel (niveau 1 de difficulté) est attribué aux réponses donnant d'autres ensembles d'âges (11, 12, 13) non inclus dans la section ci-dessus.

	1	2	3	4	5	6
358,3	420,4	482,4	544,4	606,6	668,7	

M150Q03
Crédit partiel

M150Q03
Crédit total

Taux de réussite en pourcentages de la France et de l'OCDE :

Croissance Question A	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**52 % >>**	**44,8 %**
Taux de non-réponse moyen	14,8 %	21,1 %

N.B. Le taux de réussite moyen à la question A est la moyenne pondérée des pourcentages de réponses à crédit total et des pourcentages de réponses à crédit partiel : les réponses à crédit total comptent pour 2, les réponses à crédit partiel comptent pour 1.

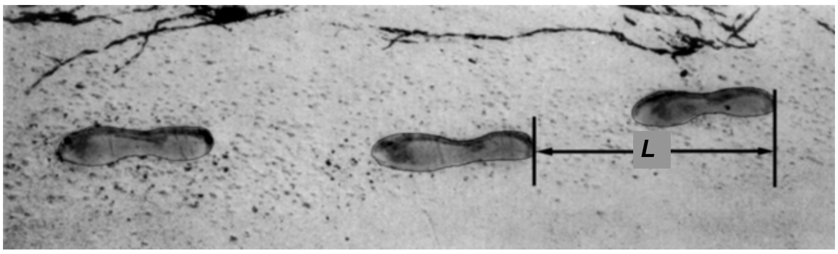
La question A demandant "d'expliquer pourquoi le graphique montre qu'en moyenne, la croissance des filles est plus lente après 12 ans", n'est réussie que par une moitié des élèves français. Ce résultat peut avoir différentes origines : devoir fournir une explication peut bloquer des élèves (les non-réponses sont très importantes : environ 15 %, bien qu'inférieures à celles de l'OCDE) mais surtout cette explication fait appel à des connaissances sur les variations de croissances. La notion de taux de variation n'est pas inscrite dans les programmes français dispensés aux élèves de 15 ans. On note néanmoins que la réussite des élèves français est très supérieure à celle de l'ensemble des pays OCDE.

La question suivante, demandant de déterminer durant quelle période les jeunes filles sont, en moyenne, plus grandes que les jeunes hommes du même âge, est réussie par près de 4 élèves français sur 5 et le taux de non-réponses n'est que de 4,5 %, ce qui indique que les élèves se sentent sûrs d'eux. La lecture de graphiques de toutes sortes est enseignée en France très tôt dans les différentes disciplines et est donc habituelle aux élèves.

Taux de réussite en pourcentages de la France et de l'OCDE

Croissance Question B	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**79,5 % >>**	**68,8%**
Taux de non-réponse moyen	4,5 %	7,5 %

- ***Exemple 2 : Marche à pied [M124Q01 et Q03]***



L'image montre les traces de pas d'un homme en train de marcher. La longueur de pas *L* est la distance entre l'arrière de deux traces de pas consécutives. Pour les hommes, la formule $\frac{n}{L} = 140$ donne un rapport approximatif entre *n* et *L*, où : *n* = nombre de pas par minute, *L* = longueur de pas en mètres.

Question A :
Si la formule s'applique à la façon de marcher d'Henri et qu'Henri fait 70 pas par minute, quelle est la longueur de pas d'Henri ? Montrez vos calculs.

Question B
Bernard sait que la longueur de son pas est de 0,80 mètre. La formule s'applique à sa façon de marcher.
Calculez la vitesse à laquelle marche Bernard en mètre par minute et en kilomètre par heure. Montrez vos calculs.

Marche à pied Question A [M124Q01]

Cette question à "réponse ouverte construite" est classée au niveau 5 de difficulté du champ «Variations et relations» :

	1	2	3	4	5	6
358,3	**420,4**	**482,4**	**544,4**	**606,6**	**668,7**	

M124Q01

La réponse correcte est « p = 0,5 m » ou « p = 50 cm » ou « p = ½ » (l'unité n'est pas exigée).

Taux de réussite en pourcentages de la France et de l'OCDE :

Marche à pied Question A	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**43,2 % >>**	**36,3%**
Taux de non-réponse moyen	21,6 %	21 %

Cette question de l'exercice « Marche à pied » est réussie par un peu plus de quatre élèves sur dix.

En effet, il s'agit en fait de résoudre une équation de la forme $\frac{a}{x} = b$ qui n'est pas celle que les élèves maîtrisent le mieux ! Il est d'ailleurs intéressant à ce sujet de remarquer qu'un peu plus de 17 % des élèves français substituent correctement les nombres dans la formule mais aboutissent à une réponse incorrecte ou ne donnent pas de réponse.

Marche à pied Question B [M124Q03]

Pour cet item, les élèves se voient attribuer trois crédits différents en fonction de leur réponse, ce qui correspond à trois niveaux différents de compétence sur l'échelle "Variations et relations»

	1	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***
358,3	***420,4***	***482,4***	***544,4***	***606,6***	***668,7***	

Crédit partiel A

Crédit partiel B

Le crédit complet est donné aux réponses correctes : celles dans lesquelles les élèves donnent à la fois le résultat en mètres par minute (89,6) et en kilomètres par heure (5,4). Les erreurs d'arrondi sont acceptées.

Le crédit partiel B est donné aux réponses incomplètes, lorsque les élèves :

- oublient de multiplier par 0,80 pour convertir les pas par minute en mètres par minute ;
- donnent une vitesse correcte en mètres par minute (89,6 mètres par minute), mais omettent la conversion en kilomètres/heure ou proposent un résultat de conversion incorrect ;
- appliquent une méthode correcte (explicitement montrée), mais commettent des erreurs mineures de calcul ;
- indiquent seulement 5,4 km/h, mais pas 89,6 m/min (calculs intermédiaires absents).

Le crédit partiel A est donné aux réponses d'élèves qui fournissent le résultat « n = 140 x 0,80 = 112 », mais pour lesquelles les calculs suivants ne sont pas indiqués ou sont incorrects.

Pour résoudre le problème, les élèves doivent substituer des nombres dans une formule simple (algèbre) et effectuer un calcul non routinier et également décoder et interpréter un langage symbolique de base et utiliser des expressions contenant des symboles et des formules. Cet item est complexe non seulement parce qu'il nécessite l'utilisation d'une expression algébrique formelle, mais également parce qu'il implique la réalisation d'une série de calculs différents quoique connexes, ce qui demande aux élèves de comprendre la transformation des formules et la conversion d'unités de mesure. Cette difficulté se traduit dans les résultats (cf. tableau) : les taux de non-réponse sont très importants (autour de 40 % en moyenne pour les pays de l'OCDE, et la France en particulier), et la réussite faible : 1/5ème des élèves en moyenne pour l'OCDE, un quart environ pour la France.

Taux de réussite en pourcentages de la France et de l'OCDE :

Marche à pied Question B	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**24 %**	**20,6%**
Taux de non-réponse moyen	43,7 %	38,7 %

- ***Exemple 3 : La meilleure voiture [M704Q01 et Q02]***

Une revue automobile utilise un système de notation pour évaluer les nouvelles voitures et décerner le label de « Voiture de l'année » à la voiture dont la note totale est la plus élevée. Cinq nouvelles voitures viennent d'être évaluées, et les notes qu'elles ont obtenues figurent dans le tableau ci-dessous

Voiture	Dispositifs de sécurité : (S)	Consommation de carburant : (C)	Esthétique de la carrosserie : (E)	Équipements intérieurs : (T)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Les notes s'interprètent comme suit :

3 points = Excellent.
2 points = Bon.
1 point = Moyen.

Question 1 :

Pour calculer la note totale de chaque voiture, la revue automobile utilise la règle suivante, qui est une somme pondérée des diverses notes obtenues :

Note totale = (3 x S) + C + E + T

Calculez la note totale obtenue par la voiture « Ca ». Écrivez votre réponse dans l'espace ci-dessous.

Note totale de la voiture « Ca » : ....

Question 2 :

Le constructeur de la voiture « Ca » estime que la règle utilisée pour calculer la note totale n'est pas équitable.

Proposez une règle de calcul de la note totale qui permettrait à la voiture « Ca » de gagner.

Votre règle doit inclure chacune des quatre variables. Répondez en complétant par des nombres positifs les quatre pointillés de la formule ci-dessous.

Note totale = ………× S + ………× C + ………× E + ………× T.

La question 1 se situe au niveau 2 sur l'échelle de difficulté du champ "Variations et Relations" :

	1	2	3	4	5	6
	358,3	**420,4**	**482,4**	**544,4**	**606,6**	**668,7**

Question 1

La question 2 se situe au niveau 5 sur l'échelle de difficulté du champ "Variations et Relations" :

	1	2	3	4	5	6
	358,3	**420,4**	**482,4**	**544,4**	**606,6**	**668,7**

Question 2

Taux de réussite en pourcentages de la France et de l'OCDE :

Meilleure voiture Question 1	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**73,7 %**	**72,9 %**
Taux de non-réponse moyen	5,3 %	7,3 %

Pour cet exercice, la relation à appliquer est très simple (parce que plus « linéaire ») et pourrait être proposée à un élève en début de collège, dès lors qu'il connaît les priorités opératoires. Cette question est réussie par près de trois élèves sur quatre, en France comme dans l'ensemble de l'OCDE. Les taux de non-réponses particulièrement bas indiquent que les élèves sont à l'aise. Cependant, malgré la simplicité relative de cette question, on peut s'étonner que 9% des élèves français donnent pour réponse « 9 ». Nous pouvons faire l'hypothèse que cette réponse a pour origine une des démarches suivantes :

- ou calcul unique de 3 × S avec S = 3 ;
- ou S valant 3, assimilation de 3 × S à 3, ce qui donne alors :
« 3 × S+ C + E + T = 3 + 1 + 2 + 3 = 9 »

La réussite à la deuxième question est nettement inférieure : un tiers des élèves français seulement parvient à la résoudre (trouver une formule qui donne la voiture"Ca" gagnante). Le taux de non-réponse est à nouveau élevé.

Meilleure voiture Question 2	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**30,3 %**	**25,4 %**
Taux de non-réponse moyen	14,8 %	18,3 %

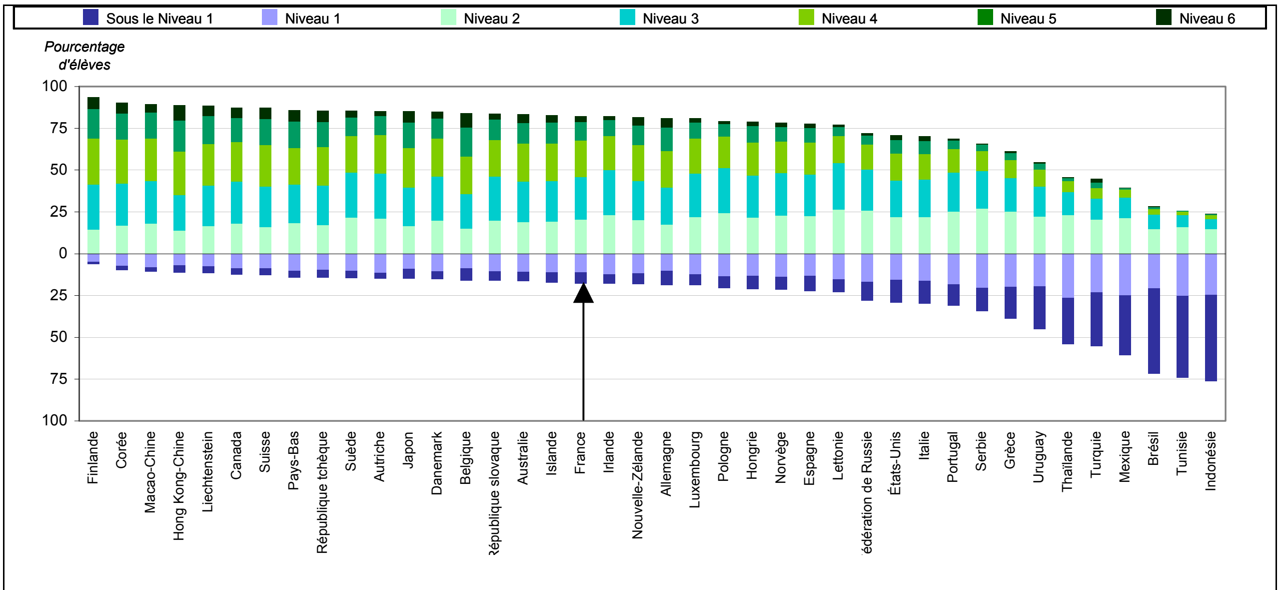
3 - Champ Quantité

3.1 Résultats généraux

Le champ intitulé " Quantité " est constitué d'items relevant d'un travail sur les nombres entiers et décimaux (travail s'appuyant sur des comparaisons, sur la proportionnalité, sur l'application de procédés de calcul…) ainsi que d'items relevant des mathématiques discrètes, tels que les dénombrements. Les questions proposées mettent en jeu des compétences de différents niveaux (1 ; 2 ; 3 ou 4) telles que : *s'informer, trier en fonction de critères donnés, mobiliser les connaissances pour effectuer des calculs*. Ces compétences vont de tâches élémentaires à la véritable construction d'un raisonnement.
Sur ce champ mathématique, le score moyen de la France est de 507 et celui de l'OCDE est de 501[2].
Ce champ présente, pour les élèves français, des taux de réussite disparates allant de 22,1% à 89,5%, mais en cohérence avec les niveaux de compétences. On constate que nos élèves savent interpréter des tableaux, identifier, extraire des informations pertinentes, effectuer des calculs directement décrits, mais qu'ils éprouvent davantage de difficultés lorsqu'il s'agit d'effectuer des recherches, de prendre des initiatives ou encore d'argumenter un résultat.
Il en résulte un taux de réussite moyen qui atteint 61,5 % pour les élèves français, ce taux est supérieur à celui des pays de l'OCDE.

	France	**OCDE**
Score moyen "Quantité"	507 ± 5 points	501
Taux de réussite moyen aux items	**61,5 %**	**58,2 %**
Taux de non-réponse moyen	6,9 %	7,3 %

3.2 Résultats par niveaux de compétence



Pourcentage d'élèves à chaque niveau de l'échelle de culture mathématique " Quantité "
Les pays sont classés par ordre décroissant du pourcentage d'élèves de 15 ans aux Niveaux 2, 3, 4, 5 et 6
Source : Base de données PISA 2003 de l'OCDE, Tableau 2.3a.

Pourcentages d'élèves par niveau, France et OCDE

	Sous le niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6
France	6,7	11,1	20,4	25,4	21,9	11	3,5
Moyenne OCDE	8,8	12,5	20,1	23,7	19,9	11	4

[2] Ce qui classe la France "au 15ème rang" des 30 pays de l'OCDE : *résultat non significativement différent des pays classés entre le 9ème et le 20ème rang...*

3.3 Trois exemples d'exercices et résultats français

- ***Exemple 1 :** Taux de change [M413Q01, Q02 et Q03]*

Mademoiselle Mei-Ling, de Singapour, prépare un séjour de 3 mois en Afrique du Sud dans le cadre d'un échange d'étudiants. Elle doit changer des dollars de Singapour (SGD) en rands sud-africains (ZAR).

Question 1 :
Mei-Ling a appris que le taux de change entre le dollar de Singapour et le rand sud-africain est de :
1 SGD = 4,2 ZAR.
Mei-Ling a changé 3 000 dollars de Singapour en rands sud-africains à ce taux de change.
Combien Mei-Ling a-t-elle reçu de rands sud-africains ?
Réponse : . . . .

Question 2 :
Lorsque Mei-Ling rentre à Singapour après 3 mois, il lui reste 3 900 ZAR. Elle les reconvertit en dollars de Singapour, constatant que le taux de change a évolué et est à présent de :
1 SGD = 4,0 ZAR.
Combien Mei-Ling reçoit-elle de dollars de Singapour ?
Réponse : . . . .

Question 3 :
Au cours de ces trois mois, le taux de change a évolué et est passé de 4,2 à 4,0 ZAR pour un SGD.
Est-il plus avantageux pour Mei-Ling que le taux de change soit de 4,0 ZAR au lieu de 4,2 ZAR lorsqu'elle reconvertit ses rands sud-africains en dollars de Singapour ? Donnez une explication pour justifier votre réponse.
. . . .
. . . .

Taux de change : Question1
Cet item à "réponse construite courte" présente un niveau de difficulté égal à 406 points de score, ce qui le place au niveau 1 sur l'échelle de difficulté du champ "Quantité"

	1	2	3	4	5	6
358,3	420,4	482,4	544,4	606,6	668,7	

Question 1

Le contenu mathématique requis se limite à l'une des quatre opérations fondamentales : la multiplication. Cet item s'inscrit dans le niveau 1 car il combine contexte familier, question clairement énoncée et processus routinier.

Taux de change : Question 2
Ce deuxième item, également au format "réponse construite courte", présente un niveau de difficulté égal à 439 points de score. Le contenu mathématique se limite à une autre des quatre opérations fondamentales : la division. Cet item s'inscrit dans le niveau 2 car il combine contexte familier, question clairement énoncée et processus routinier impliquant une certaine prise de décision , il fait appel à des savoir-faire élémentaires de pensée et raisonnement mathématiques.

	1	2	3	4	5	6
358,3	420,4	482,4	544,4	606,6	668,7	

Question 2

Taux de change : Question 3
Cette troisième question, qui appelle une "réponse ouverte construite", présente un niveau de difficulté égal à 586 points de score.

	1	2	3	4	5	6
358,3	420,4	482,4	544,4	606,6	668,7	

Question 3

Les savoir-faire requis pour le résoudre sont loin d'être élémentaires : les élèves doivent réfléchir à la notion de taux de change et à ses implications dans un cas particulier. Cet item s'inscrit dans le niveau 4 car il combine un contexte familier, une situation complexe, un problème inhabituel, un certain niveau de raisonnement et de compréhension et des compétences en communication.

Taux de réussite moyens de la France et de l'OCDE :

	France	**OCDE**
Taux de change Q01	**89,1 %**	**79,7 %**
Taux de change Q02	**84,9 %**	**73,9 %**
Taux de change Q03	**50,9 %**	**40,3 %**

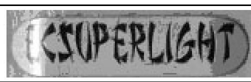
Le rang de la France à ces trois questions est respectivement 2ème,3ème et 5ème sur les 30 pays de l'OCDE.

A travers cet exercice, il apparaît clairement que les élèves français disposent de réelles compétences sur le thème de la proportionnalité. Cette notion est travaillée et réinvestie régulièrement en France d'où les résultats plus qu'honorables pour les questions 2 et 3. Il faut préciser que, malgré l'emploi d'unités monétaires virtuelles, les situations en lien avec les changes sont familières aux élèves, de par le passage récent du franc à l'Euro. Ce type d'activité était particulièrement d'actualité et n'a pas dérouté nos élèves.

Cependant, dès que l'usage de la proportionnalité n'est plus aussi immédiat et appliqué à des situations plus complexes (niveau 4 dans l'échelle de compétences) , les résultats sont en deçà.
C'est le cas de la troisième question de cet exercice, qui outre la demande d'une explication justifiée, nécessitait d'identifier un élément probant ou de mettre en place un calcul pour tirer une conclusion.
Cette dernière question présente un fort taux de non réponse. Il faut bien être conscient que cette question engendre de nombreuses difficultés chez les élèves comme la difficulté d'expression, la transposition d'un calcul, l'interprétation dans un autre contexte, ou encore l'argumentation d'une réponse. Néanmoins, selon les résultats généraux, seuls 36,4 % de tous les élèves français sont susceptibles de résoudre des items situés au niveau 4 de l'échelle "Quantité", le taux de réussite de 50,9% est donc très correct.

- ***<u>Exemple 2 :</u> Skate [M520Q01, Q02 et Q03]***

Éric est un grand amateur de planche à roulettes. Il se rend dans le magasin SKATERS pour vérifier quelques prix.
Dans ce magasin, il est possible d'acheter une planche à roulettes complète . Ou bien on peut acheter une planche, un jeu de 4 roulettes, un jeu de 2 axes ainsi que les accessoires, et monter soi-même sa planche à roulettes.
Les prix des articles mis en vente par ce magasin sont les suivants :

Article	**Prix en zeds**	
Planche à roulettes complète	82 ou 84	
Planche	40, 60 ou 65	
Un jeu de 4 roulettes	14 ou 36	
Un jeu de 2 axes	16	
Un jeu d'accessoires (roulements à bille, cales en caoutchouc, écrous et vis)	10 ou 20	

Question 1 :
Éric veut monter lui-même sa planche à roulettes . Quel est le prix minimum et le prix maximum des planches à roulettes à monter soi-même dans ce magasin ?
(a) Prix minimum : . . . . zeds.
(b) Prix maximum : . . . . .zeds.

Question 2 :
Le magasin propose trois types de planches différents, deux jeux de roulettes différents et deux jeux d'accessoires différents. Il n'y a qu'un seul choix possible pour le jeu d'axes.
Combien de planches à roulettes différentes Éric peut-il monter ?

A ☐ 6
B ☐ 8
C ☐ 10
D ☐ 12

Skate Question 1 [M520Q01]
La résolution de cet item à réponse construite courte requiert une stratégie simple, à savoir la reproduction de savoirs exercés et l'exécution d'une opération de routine (l'addition). Cet item correspond au niveau 3 de l'échelle de difficulté lorsque les élèves donnent une réponse avec le prix minimum et le prix maximum, réponse valant ainsi un crédit complet. En cas de crédit partiel, les élèves donnent une réponse incomplète, en indiquant soit le prix minimum, soit le prix maximum, mais pas les deux, la difficulté correspond au niveau 2 de l'échelle.

	1	2	3	4	5	6

358,3 420,4 482,4 544,4 606,6 668,7

M520Q01
Crédit partiel

M520Q01
Crédit total

Skate Question 2 [M520Q02]
Cette deuxième question, sous forme de QCM, présente un niveau 4 de difficulté. Pour la résoudre, les élèves doivent appliquer correctement un algorithme une fois qu'ils ont interprété les informations en fonction d'un tableau, ce qui ajoute à la complexité du problème.

	1	2	3	4	5	6

358,3 420,4 482,4 544,4 606,6 668,7

M520Q02

Skate Question 3 [M520Q03]
Enfin, la question 3, nécessitant une "réponse construite courte", présente un niveau de difficulté égal à 554 points de score (niveau 4). Pour répondre correctement à cette question, les élèves doivent appliquer des compétences de raisonnement dans un contexte familier, établir un lien entre la question et les informations données dans le tableau de prix, appliquer une stratégie spécifique et effectuer des calculs routiniers.

	1	2	3	4	5	6

358,3 420,4 482,4 544,4 606,6 668,7

M520Q03

Taux de réussite moyens de la France et de l'OCDE :

	France	OCDE
Skate Question 1	**66,9%** Crédit total : 52,9% des élèves (deux réponses correctes) Crédit partiel : 27,8% des élèves (une seule réponse correcte) Pas de crédit : 12,6%	**72%**
Skate Question 2	**46,5%**	**45,5%**
Skate Question 3	**55,1%**	**49,8%**

Les questions 1 et 2 portent sur des situations "ouvertes", il est donc intéressant de se pencher sur les productions des élèves : il ressort de l'observation des cahiers d'évaluation des élèves, que ceux qui se sont trompés sur le maximum ou le minimum, ont fait des erreurs de calcul plus que des erreurs de sens sur les mots " maximum " et " minimum ". Parmi les réponses n'ayant pas reçu de crédit, plus de la moitié sont de la forme " 162-221 ", ces élèves ont bien pris le minimum et le maximum de chacun des articles mais en incluant le skate complet ! Il semble donc s'agir d'une erreur de lecture de consigne.

Pour la question 3, un crédit complet était attribué pour les quatre bonnes réponses simultanées. Il n'y avait pas ici de crédit partiel. Cette question demandait aux élèves de faire des essais, critiquer le résultat, recommencer… Cette pratique de " l'expérimentation " en mathématiques est peu développée en France lors d'évaluations. Ces compétences sont essentiellement travaillées avec le groupe-classe lors d'activités d'approche de nouvelles notions, mais rarement lors de tests individuels d'évaluation.
Le taux de réussite à cette question est très moyen, mais les réponses erronées sont riches en informations. On y trouve, en particulier, des réponses du type :
" 40 ; 36 ;16 ;20 " (total 112), " 60 ;14 ;16 ;20 " (total 110), " 65 ;14 ;16 ;20 " (total 105) : réponses respectant la somme maximale à ne pas dépasser mais qui ne tiennent pas compte du fait que le skate devait être le plus cher possible. ;
" 65 ; **29** ;16 ;10 ", " 60 ; **34** ; 16 ;10 ", " 60 ; **25** ; 16 ; **19** " dont le total est bien égal à 120 mais dont une (voire deux) donnée(s) chiffrée(s) ne correspond(ent) pas à des valeurs du tableau mais ont été " inventées " par les élèves pour que la somme soit bien 120.

L'aspect ouvert de cet exercice n'a vraisemblablement pas troublé nos élèves, le taux de non-réponse n'excédant pas 6,6%. Les stratégies mises en place, même si elles sont non apparentes (très peu de traces de recherche ont pu être observées), ne semblent pas inefficaces. En effet les réponses erronées semblent plus relever d'un " manque d'attention ", tant lors de la lecture des informations du tableau, que de celle de la consigne. Pour la dernière question, on constate que la double contrainte (ne pas dépenser plus de 120 Zeds et acheter le skate le plus cher possible) a été rarement respectée, les élèves centrant principalement leur proposition sur la première contrainte qui est de plus écrite en chiffres.

La question 2 est à rapprocher d'un item de l'exercice " choix ", ci-après, présentant une situation similaire, afin de comparer là aussi les comportements des élèves.

- ***Exemple 3 : Choix [M510Q01]***

Dans une pizzeria, la pizza de base comporte deux garnitures : du fromage et des tomates. Vous pouvez y ajouter des garnitures **supplémentaires**, à choisir parmi les quatre garnitures suivantes : olives, jambon, champignons et salami.
Thierry veut commander une pizza avec deux garnitures **supplémentaires différentes**.
Entre combien de combinaisons différentes Thierry peut-il choisir ?

Réponse : . . . . combinaisons.

Cet item se situe au niveau 4 sur l'échelle de difficulté du champ "Quantité "

	1	2	3	4	5	6

358,3 **420,4** **482,4** **544,4** **606,6** **668,7**

M510Q01

Taux de réussite et taux de non-réponse moyens de la France et de l'OCDE :

Item Choix	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**59 % >>**	**48,8 %**
Taux de non-réponse moyen	2,2 %	3,4 %

La question 2 de " Skate " et la question de " Choix " font toutes deux appel à l'organisation et à la structuration logique de données. Leur résolution peut reposer sur la construction d'une arborescence. Le dénombrement n'étant pas une procédure routinière pour nos élèves de Troisième et de Seconde, l'observation du questionnement et des méthodes employées par les élèves peut permettre d'expliquer ces écarts de réussite.

Pour l'exercice " Choix ", les élèves avaient un espace important dans le cahier pour effectuer des recherches. En ce qui concerne la deuxième question de l'exercice " Skate", la présentation était tout à fait différente ; d'une part l'élève ne disposait pas d'espace pour faire ses recherches, d'autre part la réponse devait être choisie parmi plusieurs proposées (QCM). On peut penser que ces deux aspects engagent moins les élèves à la construction d'un raisonnement : ceci est tout à fait corroboré par l'examen d'un échantillon aléatoire de cahiers dans lequel **aucune trace de recherches** n'a été trouvée. L'influence du type de questionnement sur la réussite des élèves français est sensible. En outre, le taux de non-réponse à cet item sous forme de QCM (2,2 %) est inférieur à celui de la question 2 de Skate (5,2 %).
Cependant, il ne faut pas non plus négliger le fait que, pour cette question de l'exercice " Skate ", l'arborescence est plus complexe à construire que dans l'exercice " Choix ".

Environ 10% des élèves qui ont répondu à l'exercice " Choix ", ont fait apparaître des traces de leurs méthodes et de leurs recherches, parmi lesquelles on peut identifier diverses stratégies correctes (écriture des combinaisons possibles, schémas, gestion mentale des combinaisons…).
Comme cela a déjà été souligné, le dénombrement n'est plus habituel pour un élève français de 15 ans, bien que des procédures de dénombrement aient été initiées à l'école élémentaire dans la construction des nombres entiers, et que les élèves puissent y avoir recours lors de la résolution de situations-problèmes. Les productions des élèves de début de collège sur ce type de situations sont souvent d'une grande richesse (Voir des exemples de productions d'élèves au chapitre 6 –Evaluation du *Problem Solving*). Malheureusement, il semble que ces procédures se " perdent " au cours des années collège car elles ne sont plus sollicitées. L'utilisation de schémas pour résoudre de tels problèmes a tendance à disparaître au Collège, où l'on privilégie souvent le recours à l'algèbre.

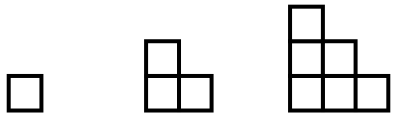
- ***Exemple 4 : MOTIF EN ESCALIER [M506Q01]***

MOTIF EN ESCALIER

Rémy réalise un motif en escalier en utilisant des carrés. Il suit les étapes suivantes :

Comme on peut le voir, il utilise un carré à l'étape 1, trois carrés à l'étape 2 et six carrés à l'étape 3.

Combien de carrés devra-t-il utiliser à l'étape 4 ?



Étape 1 Étape 2 Étape 3

Réponse : .... carrés.

Cet item nécessite de comprendre et appliquer un algorithme. Il se situe au niveau 3 du champ "Quantité " :

	1	2	3	4	5	6

358,3 420,4 482,4 544,4 606,6 668,7

M506Q01

Taux de réussite et taux de non-réponse moyens de la France et de l'OCDE :

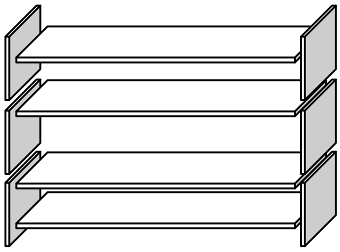
Motif en escalier	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**61,3 % >>**	**66,2 %**
Taux de non-réponse moyen	0,8 %	1,5 %

Tout comme dans la première question de l'exercice " Pommier " de l'évaluation PISA 2000, l'élève doit faire preuve d'anticipation afin de déterminer le nombre de carrés à l'étape 4, cas non représenté. Comme cela avait déjà été signalé en 2000, on retrouve la difficulté à généraliser, à anticiper pour nos élèves. Malgré la place dont ils disposaient dans le cahier, très peu d'élèves se sont autorisés à réaliser un dessin supplémentaire ou bien à compléter le dessin de l'étape 3.
De même que pour les exercices " Skate " ou " Choix " qui valorisent la prise d'initiative, ce genre d'exercice n'est pas particulièrement travaillé et encore moins souvent proposé lors d'évaluations individuelles.

- ***Exemple 4 : Etagères [M484Q01]***

Etagères

Pour construire une étagère complète, un menuisier a besoin du matériel suivant :
4 planches longues ;
6 planches courtes ;
12 petites équerres ;
2 grandes équerres ;
14 vis.



Le menuisier dispose d'un stock de 26 planches longues, 33 planches courtes, 200 petites équerres, 20 grandes équerres
et 510 vis.
Combien d'étagères complètes le menuisier peut-il construire ?

Cet item correspond au niveau 3 de difficulté :

	1	2	3	4	5	6

358,3 **420,4** **482,4** **544,4** **606,6** **668,7**

M484Q01

Taux de réussite et taux de non-réponse moyens de la France et de l'OCDE :

Etagères	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**62,7 % >>**	**60,9 %**
Taux de non-réponse moyen	8,6 %	7,3 %

Tout comme pour les exercices " Choix " et " Motif en escalier ", on constate que peu d'élèves (environ 10%) utilisent spontanément l'espace du cahier disponible pour leur recherche. La majorité de ces traces écrites s'appuie sur des procédures utilisant des divisions (rarement euclidiennes, alors qu'elles suffisent dans ce genre de situation). Les stratégies employées sont globalement " efficaces " mais on constate, tout comme dans l'exercice " Skate ", que les élèves n'ont pas l'habitude d'expérimenter des valeurs en les mettant à l'épreuve des autres contraintes de l'énoncé. D'une manière plus générale, les élèves pensent rarement à vérifier la cohérence du résultat mais on peut se demander dans quelle mesure la multiplicité des contraintes n'en a pas gêné certains.

4- Champ Incertitude

4.1 Résultats généraux

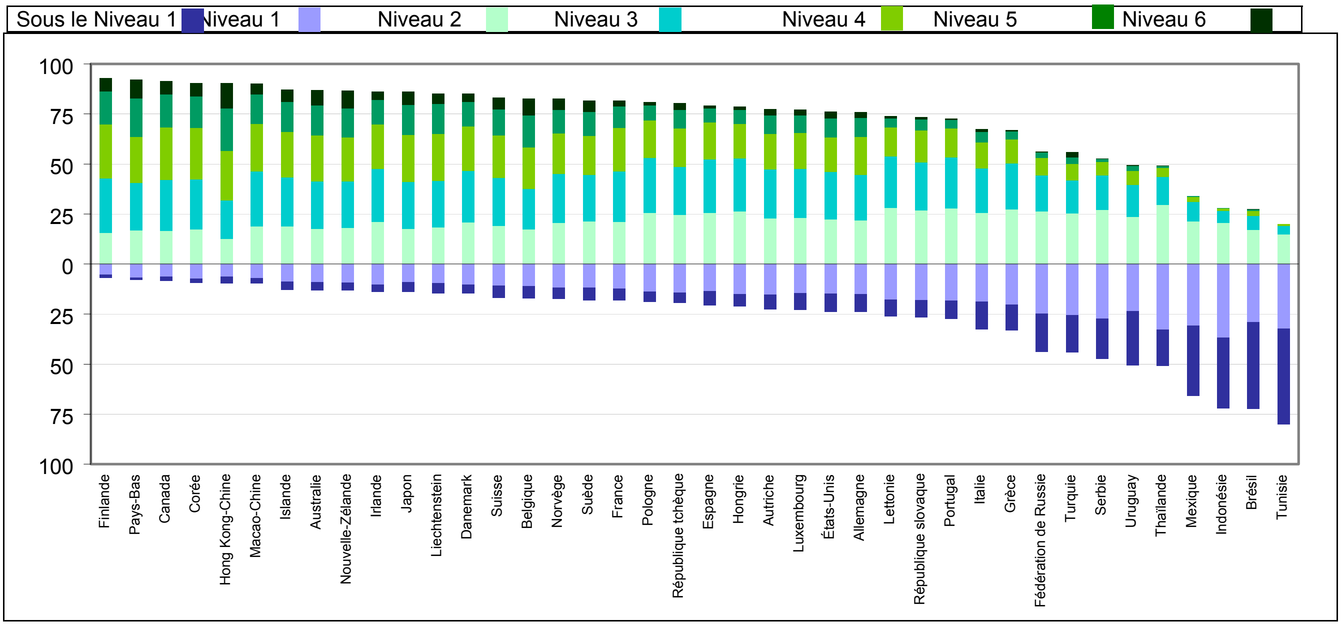
Le champ couvert par les items " Incertitude " regroupe deux grands champs mathématiques qui sont **les Statistiques** (lecture et/ou interprétation de relevés statistiques présentés sous différentes formes, utilisation de caractéristiques de position d'une série statistiques, lecture critique d'une représentation graphique...) et **les Probabilités** (tirages aléatoires, lancés de dés...).

	France	**OCDE**
Score moyen Incertitude	506 ± 5 points	502
Taux de réussite moyen aux items	**47,6 % >>**	**46,1 %**
Taux de non-réponse moyen	9,0 %	9,6 %

Comme le montre le tableau ci-dessus, le score moyen de la France est de 506 et celui de l'OCDE est de 502[3]. C'est le score le plus faible obtenu par la France sur les 4 champs mathématiques évalués.
Le **taux de réussite** global des élèves français (47,6 %) recèle en fait deux scores assez différents : 47 % aux items de Statistiques, et 53 % aux items portant sur les Probabilités : le fait que ces dernières n'aient pas encore été traitées en classe pour les élèves français de 15 ans n'explique donc pas à lui seul le résultat très moyen à l'ensemble du champ "Incertitude".
Le faible score des élèves français en Statistiques peut s'expliquer par :
- le niveau élevé de compétence visé ;
- la part faible, et souvent mal située dans l'année scolaire, des apprentissages consacrés à *l'interprétation* des données, par rapport aux *calculs* sur les données.

On peut remarquer que le champ Incertitude de l'évaluation PISA comporte beaucoup plus de QCM que les autres, ainsi que de nombreuses questions multiples en " Vrai-Faux ", probablement parce que les élèves de 15 ans, quel que soit le pays, ne possèdent pas les moyens théoriques pour élaborer un raisonnement dans ce domaine.

4.2 Résultats par niveaux de compétences



Pourcentage d'élèves à chaque niveau de l'échelle de culture mathématique " Incertitude "
Les pays sont classés par ordre décroissant du pourcentage d'élèves de 15 ans aux Niveaux 2, 3, 4, 5 et 6.
Source : Base de données PISA 2003 de l'OCDE, Tableau 2.4a.

[3] ce qui place la France au 16ème rang des pays de l'OCDE *(score non significativement différent des pays classés entre le 10ème et le 17ème rang).*

Pourcentages d'élèves par niveau, France et OCDE

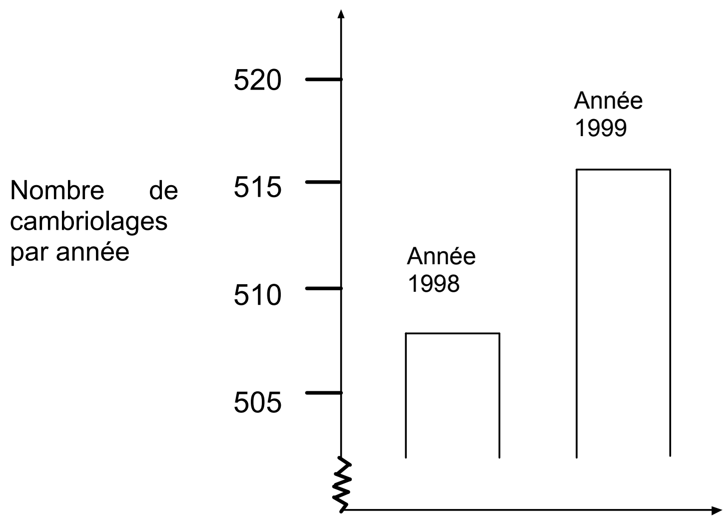
	Sous le niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6
France	6,0	12,3	20,9	25,3	21,7	11	2,8
Moyenne OCDE	7,4	13,3	21,5	23,8	19,2	10,6	4,2

La distribution des élèves français dans les différents niveaux suit de très près celle de l'ensemble OCDE. Il y a, notamment, très peu d'élèves dans le niveau le plus élevé.

4.3 Exemples d'exercices et résultats français

- ***Exemple 1 : Cambriolage [M179Q01]***

Lors d'une émission télévisée, un journaliste montre ce graphique et dit :
" Ce graphique montre qu'il y a eu une très forte augmentation du nombre de cambriolages entre 1998 et 1999. "



Considérez-vous que l'affirmation du journaliste est une interprétation correcte de ce graphique ? Donnez une explication pour justifier votre réponse. . . . .
. . . .

Dans cet exemple d'item, il existe deux scores possibles, liés à l'existence d'un crédit partiel attribué à la réponse en fonction de la justification) : l'item se situe donc à deux niveaux de l'échelle de compétence du champ "Incertitude" (niveau 4 et niveau 6, le plus élevé).

Sous le niveau 1	**Niveau 1**	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**	**Niveau 5**	**Niveau 6**

358,3 420,4 482,4 544,4 606,6 668,7

M179Q01
Crédit partiel

M179Q01
Crédit total

Crédit total
Les réponses qui obtiennent un crédit total sont celles dans lesquelles les élèves indiquent que l'interprétation n'est ni correcte, ni raisonnable, insistent sur le fait que seule une partie limitée du graphique est présentée, avancent des arguments corrects en termes de rapport ou de pourcentage d'accroissement ou expliquent qu'il faut des données sur les tendances pour pouvoir se prononcer.

Crédit partiel
Les réponses obtenant un crédit partiel sont celles dans lesquelles les élèves indiquent que l'interprétation n'est pas raisonnable, mais donnent une explication insuffisamment détaillée (ne mentionnent que l'augmentation indiquée par le nombre exact de cambriolages, mais ne la comparent pas avec le nombre total), ou appliquent une méthode correcte, mais commettent une erreur de calcul mineure.

Certains savoir-faire sont essentiels pour résoudre cet item : les élèves doivent décoder et comprendre une représentation graphique de manière critique, poser un jugement et développer une argumentation appropriée sur la base du raisonnement et de la pensée mathématique : bien que le graphique semble indiquer une forte augmentation du nombre de cambriolages, l'accroissement absolu des cambriolages est loin d'être spectaculaire ; ce paradoxe s'explique par le fait que l'axe des ordonnées n'est pas montré dans sa totalité. Enfin, les élèves doivent également communiquer correctement le fruit de leur raisonnement.

Taux de réussite moyens de la France et de l'OCDE

Question " Cambriolage"	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**28,8 %**	**29,5 %**
Taux de non-réponse moyen	14,1 %	15,0 %

Le taux de réussite est faible tant en France que pour les pays de l'OCDE : moins d'un tiers des élèves réussit cet item. Pour la France, on peut avancer à cela plusieurs raisons :

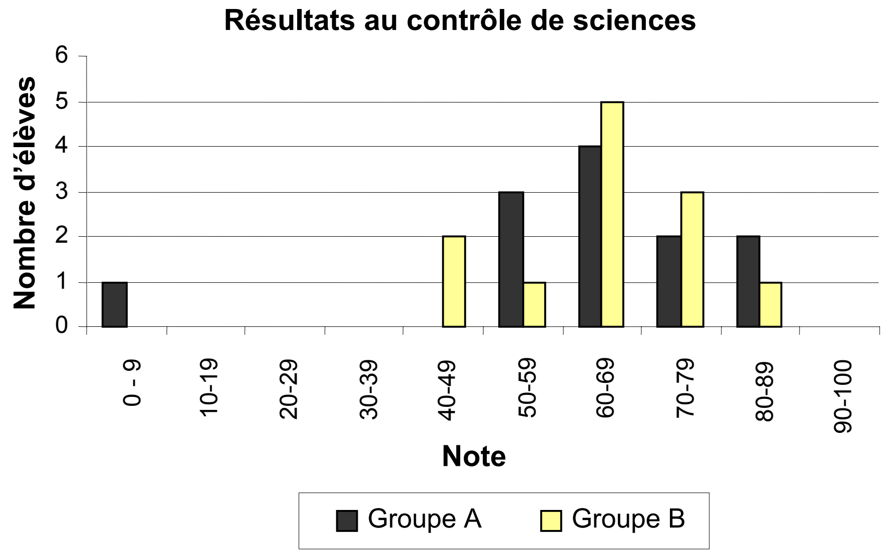
- la forme du graphique est inhabituelle : axe des ordonnées tronqué,
- c'est une question ouverte donc les résultats sont automatiquement plus faibles.
- c'est une analyse graphique complexe confrontant l'absolu et le relatif.

Le taux de non-réponse élevé (autour de 15 % pour la France comme pour l'ensemble de l'OCDE) dénote l'embarras des élèves devant cette question.

- ***Exemple 2 : Résultats à un contrôle [M513Q01]***

Le graphique ci-dessous montre les résultats à un contrôle de sciences obtenus par deux groupes d'élèves, désignés par « Groupe A » et « Groupe B ».

La note moyenne pour le Groupe A est de 62,0 et de 64,5 pour le Groupe B. On considère que les élèves réussissent ce contrôle lorsque leur note est supérieure ou égale à 50.



Sur la base de ce graphique, le professeur conclut que le Groupe B a mieux réussi ce contrôle que le Groupe A.
Les élèves du Groupe A ne sont pas d'accord avec le professeur. Ils essaient de le convaincre que le Groupe B n'a pas nécessairement mieux réussi.
En vous servant du graphique, donnez un argument mathématique que les élèves du Groupe A pourraient utiliser.

Cet item à réponse ouverte construite se situe au niveau 5 de l'échelle " Incertitude ". Son contexte est familier pour les élèves, puisqu'il porte sur la comparaison des résultats à un contrôle.

Sous le niveau 1	**Niveau 1**	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**	**Niveau 5**	**Niveau 6**

358,3 **420,4** **482,4** **544,4** **606,6** **668,7**

M513Q01

Les réponses correspondant à ce score sont celles dans lesquelles les élèves donnent un argument valable. Les arguments "valables" peuvent se fonder sur le nombre d'élèves qui ont réussi, l'influence disproportionnée du résultat obtenu par l'élève le plus faible ou le nombre d'élèves qui ont obtenu les scores les plus élevés.

Taux de réussite moyens de la France et de l'OCDE

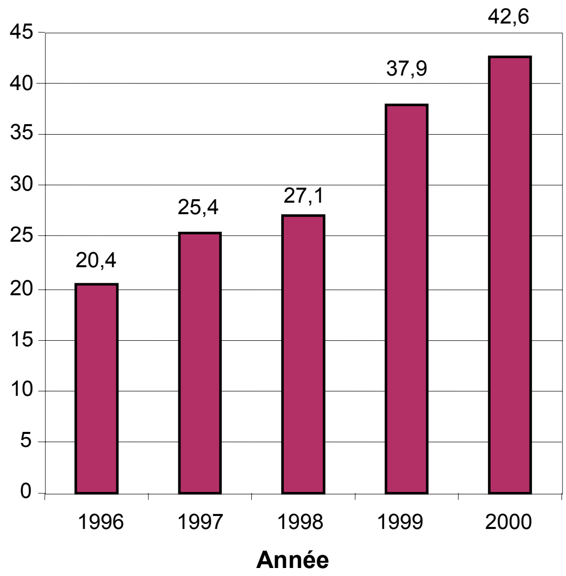
"Résultats à un contrôle"	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**38,9 % >>**	**32,2 %**
Taux de non-réponse moyen	33,6 %	35 %

Comme on peut le voir dans le tableau ci-dessus, les taux de réussite ne sont pas très élevés, mais en France la réussite est significativement plus élevée que pour l'ensemble OCDE. Les taux de non-réponses à cet item sont exceptionnellement élevés : plus d'un tiers des élèves ne répond pas à la question (33,6 % pour la France et 35 % pour l'OCDE), alors qu'en moyenne sur ce champ Incertitude, ils ne sont que 10 % à ne pas répondre.

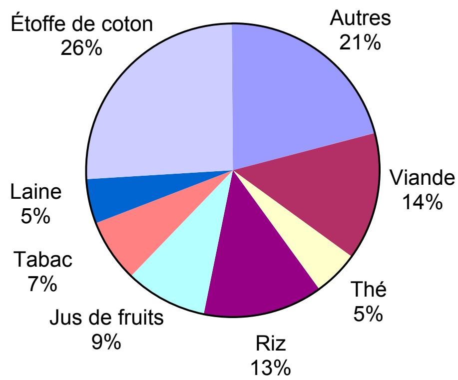
- ***Exemple 3 : Exportations [M438Q01]***

Les graphiques ci-dessous fournissent des informations sur les exportations de la Zedlande, un pays dont la devise est le zed.

Total des exportations annuelles de la Zedlande en millions de zeds, de 1996 à 2000



Répartition des exportations de la Zedlande pour l'année 2000



Question 1 : EXPORTATIONS
Quel était le montant total, en millions de zeds, des exportations de la Zedlande en 1998 ?

Réponse :

Question 2 : EXPORTATIONS
Donnez une valeur approchée du montant des exportations de jus de fruits de la Zedlande en 2000 .

A ☐ 1,8 million de zeds.
B ☐ 2,3 millions de zeds.
C ☐ 2,4 millions de zeds.
D ☐ 3,4 millions de zeds.
E ☐ 3,8 millions de zeds.

Exportations, Question 1
Cet item à réponse fermée demande aux élèves de lire des valeurs dans un diagramme à bâtons ou dans un diagramme circulaire.
Les " données " foisonnent dans la société de l'information et sont souvent présentées dans des graphiques. Les médias se servent souvent de graphiques pour illustrer des articles et donner plus de poids à leurs arguments. Lire et comprendre ce type d'information est donc une composante essentielle de la culture mathématique du citoyen.
Cet item qui demande aux élèves d'interpréter et de reconnaître des situations dans des contextes qui n'exigent que des inférences directes est un exemple typique du niveau 2.

Sous le niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6

358,3 **420,4** **482,4** **544,4** **606,6** **668,7**

Question 1

Exportations, Question 2
Cet item au format QCM se situe à un niveau plus élevé que l'item précédent (niveau 4 sur l'échelle de difficulté) :

Sous le niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6

358,3 420,4 482,4 544,4 606,6 668,7

Question 2

Les élèves doivent lire des données dans deux graphiques, à savoir un diagramme à bâtons et un diagramme circulaire, et les combiner avant d'effectuer une opération de calcul élémentaire pour obtenir une réponse numérique.

Taux de réussite de la France et de l'OCDE

Exportations Question 1	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**92 % >**	**78,7 %**
Taux de non-réponse moyen	3,3 %	7,5 %

Exportations Question 2	**France**	**OCDE**
Taux de réussite moyen	**48,2 % >**	**48,3 %**
Taux de non-réponse moyen	5,5 %	6,9 %

En ce qui concerne la lecture de représentations graphiques de données statistiques, on retrouve les bons résultats des élèves français, soulignés dans le champ " Variations et fonctions ". La France occupe par exemple le 1er rang des pays de l'OCDE pour la question 1 de l'exercice Exportations avec 92 % de réussite contre 78,7 % pour l'OCDE.
Comme on l'a vu précédemment, les lectures graphiques, constamment réinvesties durant toutes les années collège et dans diverses disciplines, sont un point fort des élèves français.

Il est à remarquer que les performances des élèves français sont nettement moins bonnes si :
- la question nécessite d'élaborer une stratégie ;
- il faut effectuer un calcul ;
- l'énoncé est plus complexe (texte long, vocabulaire spécifique non connu des élèves…).

5 – Étude de productions d'élèves sur le champ "Quantité"

Au delà des résultats globaux des élèves français aux divers champs mathématiques de PISA, il est intéressant d'étudier de plus près les items eux-mêmes : quel est le taux de réussite à tel item et comment peut-il s'expliquer ? Quelles compétences étaient mises en jeu ? Pour cela, l'étude des productions des élèves est révélateur.

Nous avons choisi d'étudier le champ " Quantité ", dans lequel les élèves français ont des taux de réussite très variables suivant les items : de 22,1 % à 89,5 %. Ce champ est composé d'une part d'items relevant d'un travail sur les nombres entiers et sur les nombres décimaux (travail s'appuyant sur des comparaisons, sur la proportionnalité, sur l'application de procédés de calcul...) et d'autre part d'items relevant de mathématiques discrètes, tels que des dénombrements.
Seuls certains items de cette évaluation sont libres de publication, les autres étant réservés pour des évaluations ultérieures. Aussi allons-nous tenter, à travers les items " libérés ", de donner un éclairage sur la diversité des résultats obtenus par les élèves français.

5.1 Diversité des stratégies utilisées par les élèves face à des situations similaires

Considérons les deux items suivants, appartenant à deux exercices différents de PISA :

<table>
<tr>
<td>

Question 1 : CHOIX

Dans une pizzeria, la pizza de base comporte deux garnitures : du fromage et des tomates. Vous pouvez y ajouter des garnitures **supplémentaires**, à choisir parmi les quatre garnitures suivantes : olives, jambon, champignons et salami.
Thierry veut commander une pizza avec deux garnitures **supplémentaires différentes**. Entre combien de combinaisons différentes Thierry peut-il choisir ?

Réponse : ……..combinaisons.

</td>
<td>

Question 2 : SKATE

Le magasin propose trois types de planche différents, deux jeux de roulettes différents et deux jeux d'accessoires différents. Il n'y a qu'un seul choix possible pour le jeu d'axes.

Combien de Skate différents Éric peut-il monter ?

A 6
B 8
C 10
D 12

</td>
</tr>
</table>

Résultats (taux de réussite) obtenus par la France et par l'OCDE :

<table>
<tr>
<td>

Question 1 : CHOIX

France	**59 %**
OCDE	48,8 %

La France est au 3ème rang sur les 30 pays de l'OCDE.

</td>
<td>

Question 2 : SKATE

France	**46,5 %**
OCDE	45,5 %

La France est au 15ème rang sur les 30 pays de l'OCDE.

</td>
</tr>
</table>

Ces deux items font tous deux appel à l'organisation et à la structuration logique de données. Comme nous l'avons signalé précédemment, leur résolution peut reposer sur la construction d'une arborescence. Le dénombrement n'étant pas une procédure routinière pour nos élèves de 3ème et de 2nde, nous allons nous intéresser aux méthodes employées par les élèves et tenter de donner des explications sur cette différence de réussite.

Pour l'exercice " Choix ", les élèves disposaient d'un espace important dans le cahier pour effectuer des recherches. En ce qui concerne la seconde question de l'exercice " Skate ", la présentation était tout à fait différente. D'une part l'élève ne disposait pas de place pour faire ses recherches, d'autre part la réponse devait être choisie parmi plusieurs proposées (QCM). On peut penser que ces deux aspects engagent moins les élèves à la construction d'un raisonnement : ceci est tout à fait corroboré par l'examen d'un échantillon aléatoire d'une centaine de cahiers, dans lesquels *aucune trace de recherches* n'a été trouvée. L'influence du type de questionnement sur la réussite des élèves français est sensible.
Cependant, il ne faut pas non plus négliger le fait que, pour cette question de l'exercice " Skate ", l'arborescence est plus complexe à construire que dans l'exercice " Choix ".

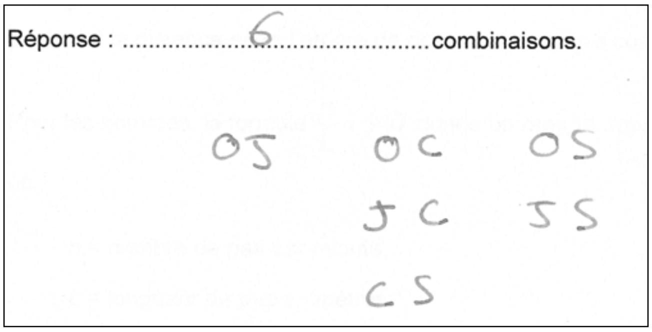
Exemples et analyse de productions d'élèves

Environ 10 % des élèves qui ont répondu à l'exercice " Choix ", ont fait apparaître des traces de leurs méthodes et recherches, parmi lesquelles on peut identifier :

- des stratégies correctes :

  - une " écriture " de toutes les combinaisons possibles (sous des formes variées), avec dans certains cas des réponses incorrectes :

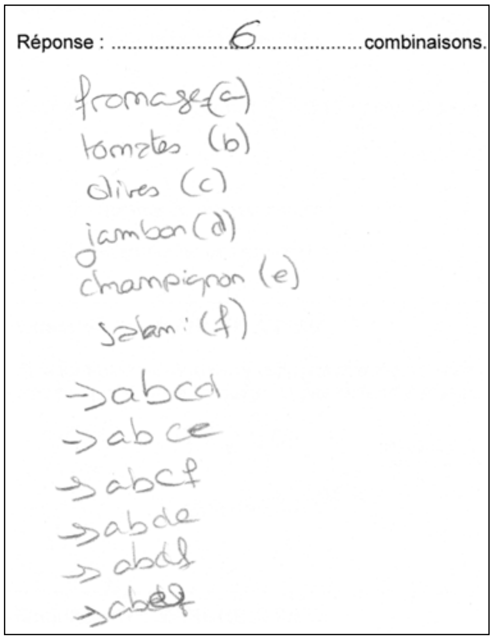
élève A



Réponse : ....6.......... combinaisons.

OJ OC OS
JC JS
CS

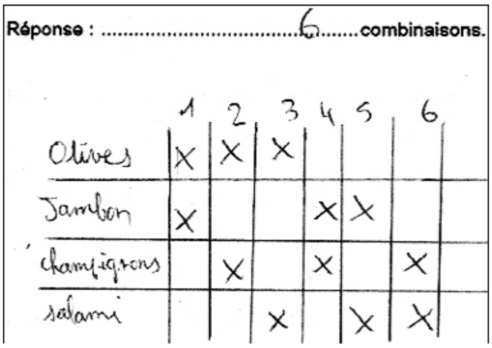
élève B



Réponse : ....6.......... combinaisons.

fromage (a)
tomates (b)
olives (c)
jambon (d)
champignon (e)
salami (f)
→ abcd
→ abce
→ abcf
→ abde
→ abdf
→ abef

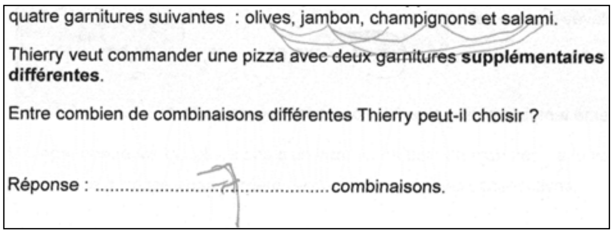
élève C



Réponse : ....6.......... combinaisons.

	1	2	3	4	5	6
Olives	X	X	X			
Jambon	X			X	X	
champignons		X		X		X
salami			X		X	X

élève D



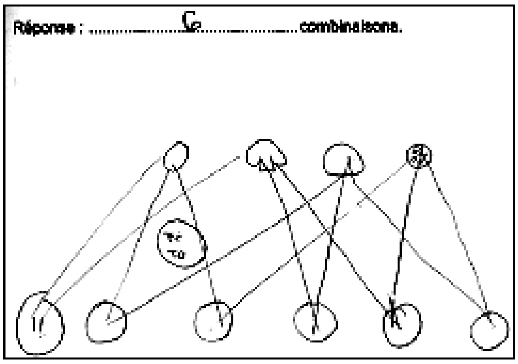
quatre garnitures suivantes : olives, jambon, champignons et salami.

Thierry veut commander une pizza avec deux garnitures **supplémentaires différentes**.

Entre combien de combinaisons différentes Thierry peut-il choisir ?

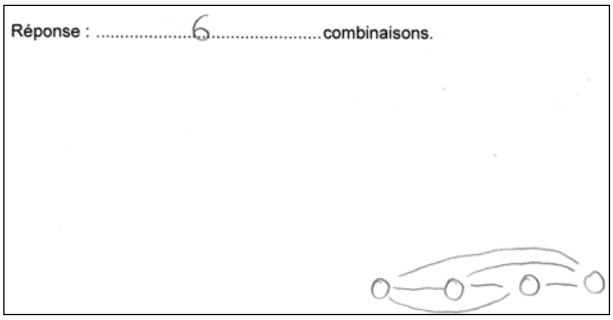
Réponse : ....7.......... combinaisons.

élève E



Réponse : ....6.......... combinaisons.

élève F



Réponse : ....6.......... combinaisons.

élève G

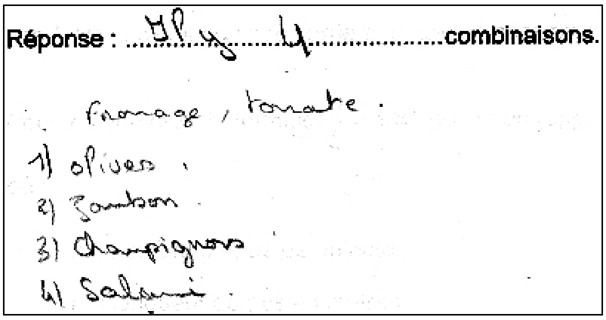
Réponse : 3+2+1 = 6.......................combinaisons.

➢ des stratégies incorrectes :

Parmi les réponses erronées, les plus fréquentes sont " 4 combinaisons " (près de 10% des élèves) et " 12 combinaisons " (pour 7 % des élèves).

Au regard des productions ci-dessous, la réponse 4 provient très certainement d'élèves qui ont omis que la pizza commandée devait contenir deux garnitures supplémentaires.
Quant à la réponse " 12 ", les élèves ont, manifestement, bien pris en compte les deux garnitures supplémentaires mais n'ont pas " éliminé " les combinaisons identiques.

élève H


Réponse : ....4............combinaisons.

fromage, tomate.

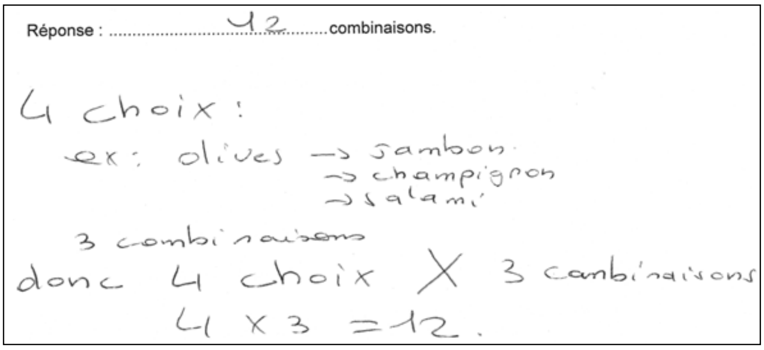
1) olives.

2) jambon.

3) champignons

4) Salami.

élève I


Réponse : ....12.........combinaisons.

4 choix :

ex : olives → jambon

→ champignon

→ salami

3 combinaisons

donc 4 choix X 3 combinaisons

4 X 3 = 12.

Dans l'exercice " Skate ", il est également intéressant d'observer les réponses erronées choisies par les élèves :

- Environ un quart des élèves a choisi la réponse " 6 ", qui est probablement issue de l'opération " 3×2 " qui correspond au nombre de combinaisons possibles avec 3 sortes de planches et 2 sortes de jeux de roulettes (omission des jeux d'accessoires). De plus, cette réponse " 6 " est la première proposée, ce qui a pu inciter certains élèves à ne pas remettre en cause leur raisonnement erroné.
- Près d'un élève sur 5 a considéré que l'on pouvait monter " 8 " Skates différents. Les élèves ont très vraisemblablement additionné le nombre d'éléments différents de chaque sorte : " 3 + 2 + 2 + 1 ".

Comme cela a déjà été souligné, le dénombrement n'est pas habituel pour un élève français de 15 ans, bien que ces procédures aient été initiées à l'école élémentaire dans la construction des nombres entiers et que les élèves peuvent y avoir recours lors de la résolution de situations-problèmes. Les productions des élèves de début de collège sont souvent d'une grande richesse. Malheureusement, il semble que ces procédures se " perdent " au cours des années de collège car elles ne sont plus sollicitées. La schématisation a tendance à disparaître au collège, où l'on privilégie souvent l'algébrisation du problème.

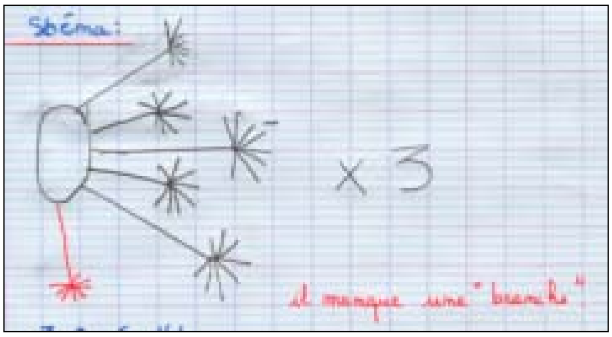
La situation suivante, proposée en sixième dans le cadre d'un "devoir maison", illustre ces propos.

Dans l’entreprise où travaille M.Legrand, il est obligatoire de porter une veste, une chemise et une cravate.
M.Legrand possède 3 vestes différentes, 6 chemises de couleurs distinctes et 8 cravates non identiques.

En dehors des autres vêtements qu’il doit naturellement porter, de combien de possibilités différentes, M.Legrand dispose-t-il pour s’habiller lorsqu’il va à son travail ?

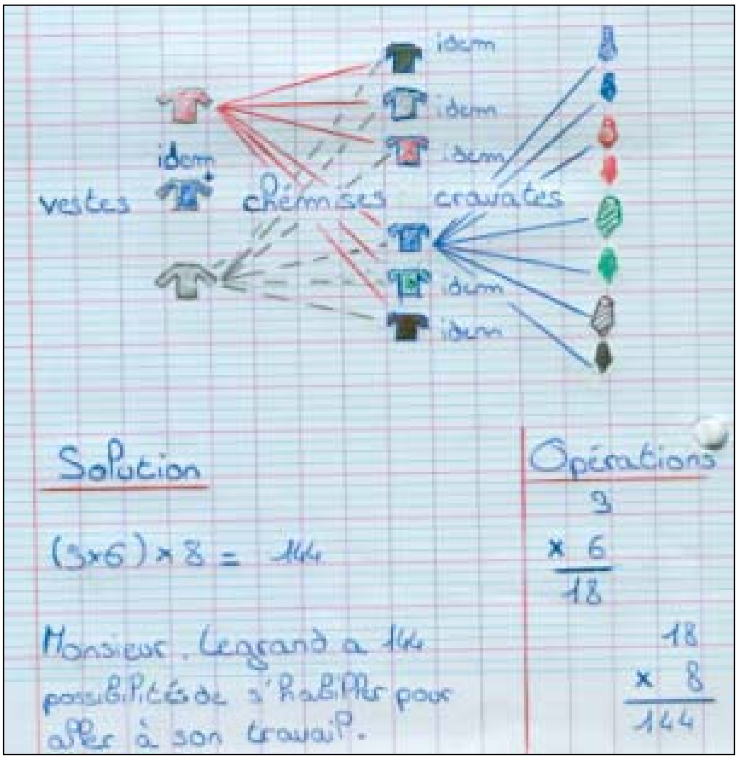
⇒ *Vous devrez expliquer votre réponse (phrase, schéma ou autre ...).*

<u>élève A</u> :

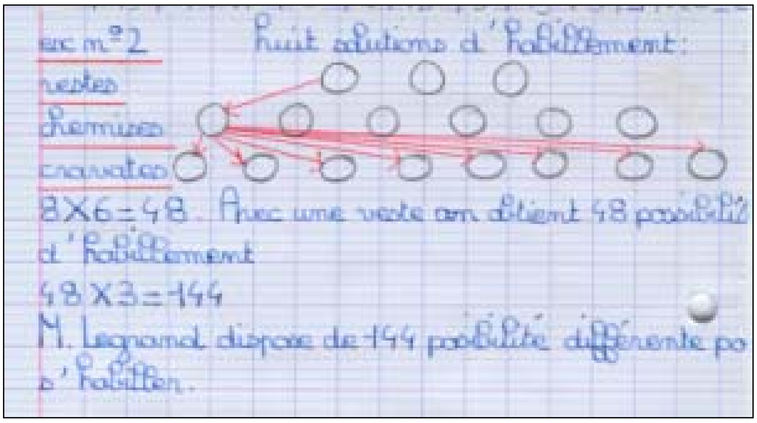


<u>élève B</u> :

élève C



élève D



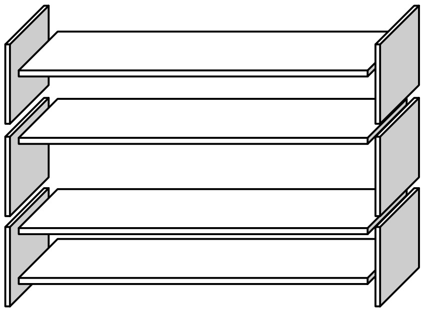
5.2 Autre exemple de la diversité des stratégies de résolution

Considérons la situation suivante :

Question 1 : ÉTAGÈRES

Pour construire une étagère complète, un menuisier a besoin du matériel suivant :

- 4 planches longues ;
- 6 planches courtes ;
- 12 petites équerres ;
- 2 grandes équerres ;
- 14 vis.



Le menuisier dispose d'un stock de 26 planches longues, 33 planches courtes, 200 petites équerres, 20 grandes équerres et 510 vis.

Combien d'étagères complètes le menuisier peut-il construire ?

Réponse : ....

Résultats (taux de réussite et rang) obtenus à la Question 1 ETAGERES :

	Taux de réussite	Rang
France	**62,7 %**	15ème
OCDE	60,9 %	

Tout comme pour l'exercice " Choix ", on constate que peu d'élèves (environ 10 %) utilisent spontanément l'espace du cahier disponible pour leur recherche.

- La majorité de ces traces écrites s'appuie sur des procédures utilisant des divisions (rarement euclidiennes, alors qu'elles suffisent dans ce genre de situation).

élève A

Réponse : Le menuisier pourrat construire 5 étagères complètes.

car :

26 ÷ 4 = 6,5
33 ÷ 6 = 5,5
200 ÷ 12 = 16,7
20 ÷ 2 = 10
510 ÷ 14 = 36,4

Le chiffre le plus petit est 5,5, il pourrat donc construire 5 étagères complètes.

élève B

Réponse : il peut construire **5** étagère complète

26 ÷ 4 = 6,5
33 ÷ 6 = 5,5

élève C

Réponse : On ne peut construire que 5 etogère

26 ÷ 4 = 6,5
33 ÷ 6 = 5,5 ------> plus petite valeur
200 ÷ 12 ≈ 16,666667 ⇒ limite de construction des etogère
20 ÷ 2 = 10 (l'on ne peut continuer la construction
510 ÷ 14 ≈ 36,428 de etogère si on na plus de matériel)

élève D

Réponse : 5 étagères

26 : 4 = 6 p. longues + 2.

33 : 6 = 5 pl. [illegible] . +

200 : 12 : 16 p. é. + 8.

20 : 2 = 10 ..é

510 : 14 = 36 +6.

- D'autres méthodes sont basées sur la recherche pour chacun des matériaux utilisés, du multiple inférieur le plus proche.

Elève E

Réponse : le menuisier peut construire 5 étagères complète

4 × 6 = 24 → 6 ÉTAGÈRES
6 × 5 = 30 → 5 ÉTAGÈRES
12 × 16 = 192 → 16 ÉTAGÈRES
10 × 2 = 20 → 10 ÉTAGÈRES
14 × 36 = 504 → 36 ÉTAGÈRES

- Quelques élèves n'ont pas fait apparaître de calculs (très certainement gérés mentalement) mais ont fait référence au nombre " limitant " de planches courtes pour étayer leur réponse :

  <u>élève F</u>

> Réponse : 5 étagères
>
> Les planches courtes est le matériel limitant il ne pourra construire seulement 5 étagères complètes

  <u>élève G</u>

> Réponse : il peut construire 5 étagères complètent car si il veut en faire plus il lui manquera des planches courtes on remarque que sont stock n'est pas égal dans les matériaux.

- La réponse erronée la plus fréquemment donnée par les élèves est " 6 " (environ 10 % des élèves). Les élèves se sont contentés de rechercher le nombre d'étagères réalisables avec les planches longues, sans vérifier si les autres éléments étaient en nombre suffisant.

> Réponse : 26 : 4 = 6,5 Réponse 6
>
> ≈6

Pour cet exercice, les élèves semblent disposer de stratégies globalement " efficaces " mais on constate, tout comme dans l'exercice " Skate " (question 3), que les élèves n'ont pas l'habitude d'expérimenter des valeurs en les mettant à l'épreuve des autres contraintes de l'énoncé. D'une manière plus générale, les élèves pensent rarement à vérifier la cohérence du résultat mais on peut aussi se demander dans quelle mesure la multiplicité des contraintes n'a pas gêné certains élèves.

5.3 Des compétences certaines en proportionnalité

Considérons la situation suivante :

TAUX DE CHANGE

Mademoiselle Mei-Ling, de Singapour, prépare un séjour de 3 mois en Afrique du Sud dans le cadre d'un échange d'étudiants. Elle doit changer des dollars de Singapour (SGD) en rands sud-africains (ZAR).

Question 1 : TAUX DE CHANGE
Mei-Ling a appris que le taux de change entre le dollar de Singapour et le rand sud-africain est de :
1 SGD = 4,2 ZAR. Mei-Ling a changé 3 000 dollars de Singapour en rands sud-africains à ce taux de change.
Combien Mei-Ling a-t-elle reçu de rands sud-africains ?
Réponse : ……………………………………………

Question 2 : TAUX DE CHANGE
Lorsque Mei-Ling rentre à Singapour après 3 mois, il lui reste 3 900 ZAR. Elle les reconvertit en dollars de Singapour, constatant que le taux de change a évolué et est à présent de :
1 SGD = 4,0 ZAR.
Combien Mei-Ling reçoit-elle de dollars de Singapour ?
Réponse : ……………………………………………

Question 3 : TAUX DE CHANGE
Au cours de ces trois mois, le taux de change a évolué et est passé de 4,2 à 4,0 ZAR pour un SGD.
Est-il plus avantageux pour Mei-Ling que le taux de change soit de 4,0 ZAR au lieu de 4,2 ZAR lorsqu'elle reconvertit ses rands sud-africains en dollars de Singapour ? Donnez une explication pour justifier de votre réponse.

Les résultats obtenus :

Question 1 : TAUX DE CHANGE

France	**89,1 %**
OCDE	79,7%

La France est au 2ème rang sur les 30 pays de l'OCDE

Question 2 : TAUX DE CHANGE

France	**84,9 %**
OCDE	73,9%

La France est au 3ème rang sur les 30 pays de l'OCDE

Question 3 : TAUX DE CHANGE

France	**50,9%**
OCDE	40,3%

La France est au 5ème rang sur les 30 pays de l'OCDE

A travers cet exercice, il apparaît clairement que les élèves français disposent de réelles compétences sur le thème de la proportionnalité. Cette notion est travaillée et réinvestie régulièrement en France d'où les résultats plus qu'honorables dans les questions 1 et 2 de cet exercice. Il faut aussi préciser que, malgré l'emploi d'unités monétaires virtuelles, les situations en lien avec l'argent sont familières aux élèves. D'autre part, du fait du récent passage du Franc à l'Euro, ce type d'activité était particulièrement d'actualité et n'a pas dérouté nos élèves.
Cependant dès que l'usage de la proportionnalité n'est plus aussi direct ou appliqué à des situations plus complexes, les résultats sont en deçà.
C'est le cas de la troisième question de cet exercice, qui outre la demande d'une explication justifiée, nécessitait d'identifier un élément probant ou de mettre en place un calcul pour tirer une conclusion.

Pour cette question, l'obtention d'un crédit complet était subordonné à une réponse " Oui " argumentée, par exemple :

- en s'appuyant sur les différents montants obtenus et en les comparant :

> Lorsqu'un SGD vaut 4,0 ZAR.
>
> $\frac{3900 \times 1}{4,0} = 975$ SGD
>
> Mei-Ling reçoit 975 dollars de Singapour (SGD)
>
> Lorsqu'un SGD vaut 4,2 ZAR
>
> $\frac{3900 \times 1}{4,2} \approx 928,6$ SGD
>
> Mei-Ling reçoit environ 928,6 dollars de Singapour (SGD).
>
> $975 > 928,6$
>
> Il est donc plus avantageux pour Mei-Ling que le taux de change soit de 4,0 ZAR (rands sud-africains).

- en précisant que lorsque l'on divise par 4,2 le résultat est inférieur à celui obtenu lorsque l'on divise par 4 :

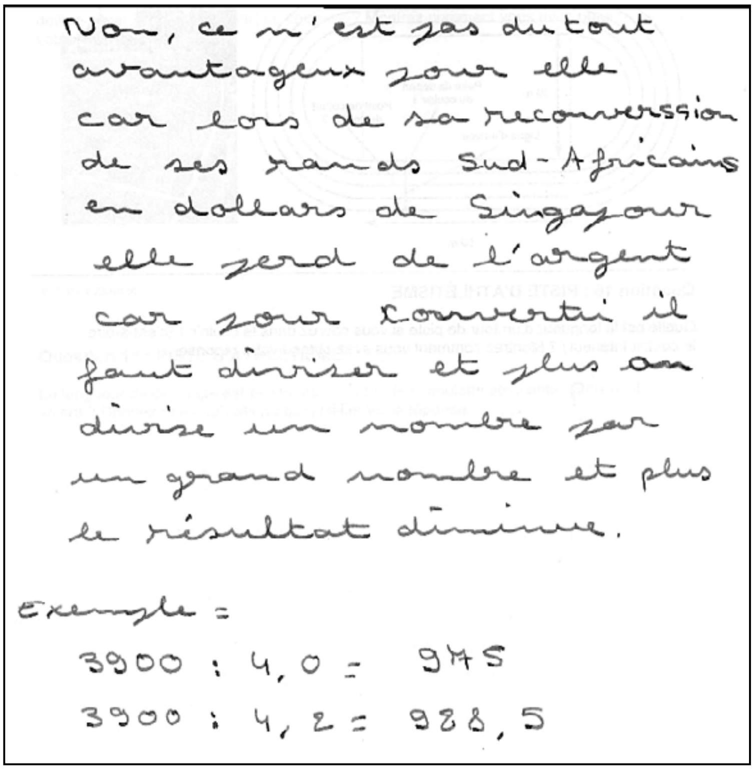
> Il est plus avantangeux que le taux soit de 4,0 ZAR car pour effectué ce change, le dénominateur sera ce taux et par conséquent, plus le dénominateur est faible, plus le résultat est élevé donc plus elle recupérera de dollars.

- en indiquant qu'un dollar de Singapour coûte 0,2 rands sud-africains de moins :

> Oui c'est plus avantageux pour elle car au lieu d'être divisés par 4,2 c'est rands sont divisés par 4,0, elle a donc un bénéfice de 0,2 ZAR par rapport au premier taux de change.

Près d'un tiers des élèves a fourni d'autres réponses (" oui " sans explication ou avec une explication incorrecte ; " non " et toutes les autres réponses). Quelques réponses " non " avec un raisonnement tout à fait correct montrent que l'expression " Est-il plus avantageux ? " a été mal comprise.

Parmi les exercices présentés ici, cette dernière question présente le plus fort taux de non-réponse. Il faut bien être conscient que, outre les problèmes liés à la difficulté d'expression, transposer un calcul, l'interpréter dans un autre contexte, argumenter une réponse reste une réelle difficulté pour nos élèves.


Non, ce n'est pas du tout avantageux pour elle car lors de sa reconverssion de ses rands Sud-Africains en dollars de Singapour elle perd de l'argent car pour converti il faut diviser et plus on divise un nombre par un grand nombre et plus le résultat diminue.

Exemple =

3900 : 4,0 = 975

3900 : 4,2 = 928,5

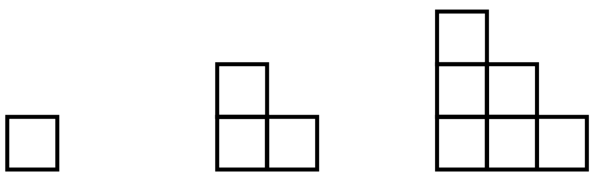
5.4 Comprendre et appliquer un algorithme

Considérons l'item suivant :

MOTIF EN ESCALIER

Question 1 : MOTIF EN ESCALIER

Rémy réalise un motif en escalier en utilisant des carrés. Il suit les étapes suivantes :
Comme on peut le voir, il utilise un carré à l'étape 1, trois carrés à l'étape 2 et six carrés à l'étape 3.



Étape 1 Étape 2 Étape 3

Combien de carrés devra-t-il utiliser à l'étape 4 ?
Réponse : .... carrés.

Les résultats obtenus :

Question 1 : MOTIFS EN ESCALIER

France	**61,3%**
OCDE	66,2%

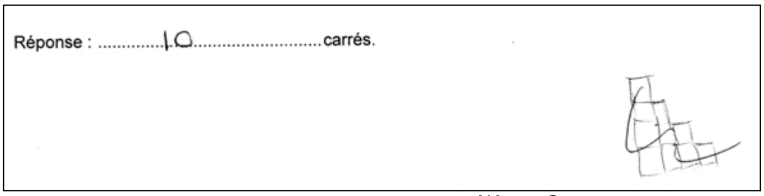
La France est au 22ème rang sur les 30 pays de l'OCDE

Tout comme dans la première question de l'exercice " Pommier " de l'évaluation PISA 2000 (cf. article paru dans le bulletin vert n°439 de l'APMEP), l'élève doit faire preuve d'anticipation afin de déterminer le nombre de carrés à l'étape 4, cas qui n'est pas représenté. Il est cependant difficile de comparer les taux de réussite de ces deux questions, car dans le cas de l'exercice ci-dessus, seule une valeur était attendue, contrairement à la première question de l'exercice " Pommier " pour laquelle 7 cases d'un tableau étaient à compléter. Néanmoins, et tout comme cela avait déjà été signalé, on retrouve la difficulté à généraliser, à anticiper pour les élèves français.

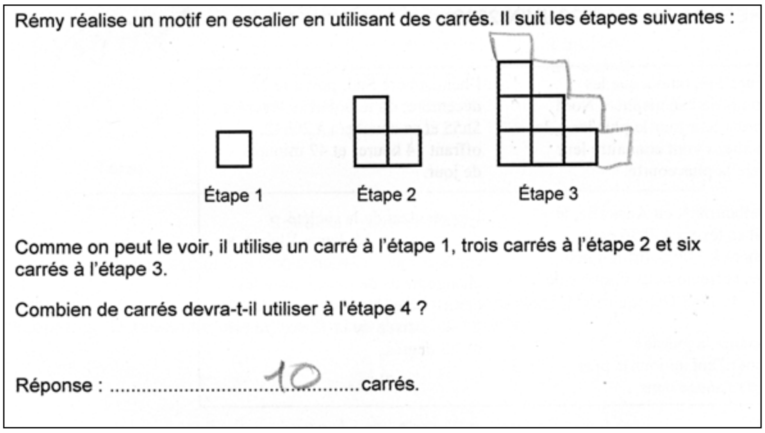
Tout comme pour les items " Skate " ou " Choix ", ce genre d'exercice n'est pas particulièrement travaillé et encore moins souvent proposé lors d'évaluations individuelles.
Malgré la place dont ils disposaient sur le cahier, très peu d'élèves se sont autorisés à réaliser un dessin supplémentaire ou bien à compléter le dessin à l'étape 3. D'une manière plus générale, seuls 10 % des élèves ont laissé des traces de leur recherches, parmi lesquelles :

- dessin de l'étape 4 ou bien ajout de carrés sur le schéma de l'étape 3 (en remarquant en particulier la production d'un élève qui après avoir fait un dessin de l'étape 4 l'a ensuite barré, comme s'il était gênant de laisser une trace des recherches) :

<u>élève A</u>


Réponse : ...10... carrés.

<u>élève B</u>


Rémy réalise un motif en escalier en utilisant des carrés. Il suit les étapes suivantes :

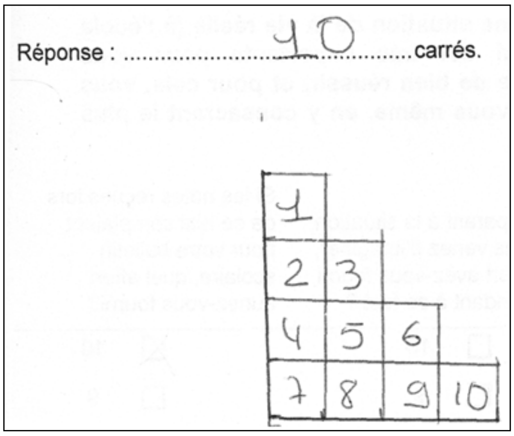
Étape 1 Étape 2 Étape 3

Comme on peut le voir, il utilise un carré à l'étape 1, trois carrés à l'étape 2 et six carrés à l'étape 3.

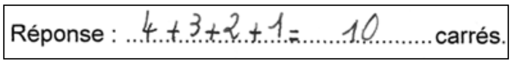
Combien de carrés devra-t-il utiliser à l'étape 4 ?

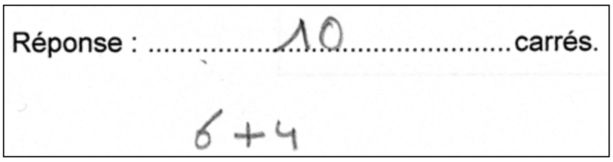
Réponse : ...10... carrés.

<u>élève C</u>


Réponse : ...10... carrés.

- allusion aux 4 carrés à ajouter sans avoir recours à un schéma, avec dans certains cas l'écriture de la somme des premiers entiers :

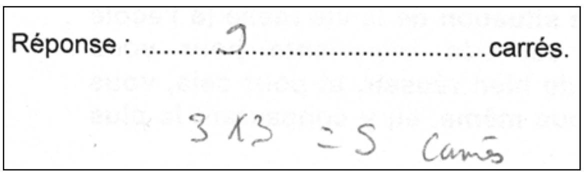

Réponse : ...4+3+2+1= 10... carrés.


Réponse : ...10... carrés.

6+4

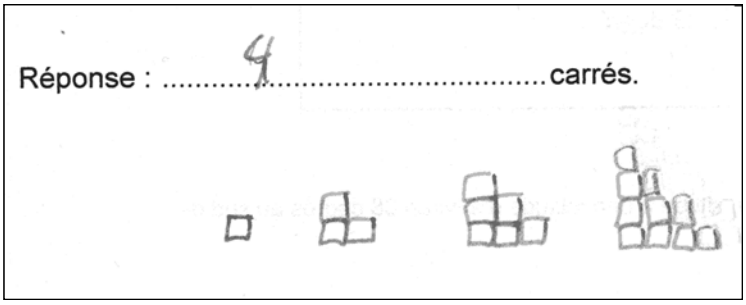
Parmi les erreurs les plus fréquemment rencontrées :

- le nombre " 9 " et donné par un peu plus de 15 % des élèves. Il provient certainement d'une mathématisation trop hâtive, l'élève reconnaissant 1, 3, 6 comme les premiers multiples de 3.


Réponse : ...9... carrés.

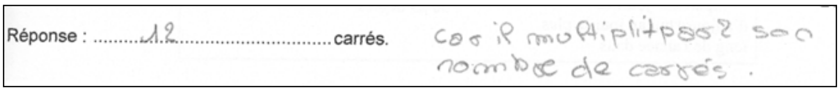
3 x 3 = 9 Carrés

- environ 8% es élèves ont apporté la réponse " 4 ", qui correspond au nombre de carrés à ajouter à quatrième étape, comme l'illustre la production ci-dessous :



Il est d'ailleurs important de souligner que dans cette production, l'élève qui a pris soin de redessiner les quatre étapes a indiqué sur la dernière, <u>à l'aide d'une couleur différente</u>, les carrés ajoutés par rapport à l'étape précédente.

- près de 6 % des élèves ont répondu " 12 ", 6 étant le double de 3, ils ont agi à " l'identique " entre l'étape 3 et l'étape 4.



Cet examen des productions d'élèves français montre que, si on les sollicite, ces élèves disposent de procédures leur permettant de résoudre des problèmes pour lesquels ils n'ont pas encore de solution experte (mathématisation). Il semblerait donc profitable de proposer dans le cadre de l'enseignement, des situations variées, ouvertes, qui ne contribuent pas trop à un formatage du questionnement et des raisonnements. Cela permettrait aux élèves d'acquérir davantage d'autonomie dans la résolution de situations mathématiques.

CHAPITRE 6 - ÉVALUATION DU " PROBLEM SOLVING "

1. Définition du domaine

Avant de définir ce qui était évalué dans ce domaine, précisons que nous garderons la dénomination anglo-saxonne dans ce document. En effet, la traduire de façon littérale, par " Résolution de problèmes ", risquerait de prêter à confusion avec la terminologie employée dans les programmes de mathématiques français.
Or les exercices proposés dans ce domaine ne sont pas des problèmes de *mathématiques* au sens usuel du terme. Les compétences évaluées sont développées dans plusieurs disciplines, *dont* les mathématiques.
Les exercices de "Problem solving*"*, qui s'appuient sur des contextes de la vie concrète, nécessitent la construction d'un raisonnement à partir d'une situation non spécifique à une discipline. Les tâches demandées reposent sur l'étude de systèmes complexes possédant leur organisation, étude qui ne nécessite pas d'outils mathématiques directs. Ces tâches consistent à comprendre les informations disponibles, à les trier, à les organiser et à les mettre en relation de façon logique afin de pouvoir résoudre le problème.

Pour la majorité des exercices de *problem solving*, il n'y a pas unicité de la démarche ni de la solution et la résolution nécessite la prise en compte d'une multiplicité de contraintes. Les questions, majoritairement ouvertes, et la nature même de ces exercices favorisent également les expérimentations du type " essais/erreurs ". Les problèmes retenus pour évaluer les compétences des élèves en *problem solving* ont été classés dans trois types : problèmes concernant une **prise de décision**, problèmes concernant la **conception et l'analyse de systèmes** et problèmes concernant le **traitement de dysfonctionnements**.

On trouvera ci-après deux exemples d'exercices proposés dans ce domaine ainsi que des productions d'élèves pour l'un d'entre eux. Le premier, intitulé " Sortie au cinéma ", montre bien la multiplicité des paramètres à intégrer pour résoudre le problème posé, et la nécessité de faire des essais. Il s'agit d'un exercice bien réussi par les élèves français.
Le second exercice présenté, intitulé " Gestion d'une bibliothèque ", illustre un autre type de tâche à effectuer après la prise en compte des contraintes : l'élève doit schématiser par un " arbre de décision " un système de prêts de livres dans une bibliothèque. Ce type de tâche s'est révélé très difficile pour l'ensemble des élèves : la réussite à cet exercice est en effet médiocre, pour les élèves français comme pour la moyenne des élèves de l'OCDE.
Les deux exercices sont présentés avec leurs consignes de correction, de façon à donner une idée des exigences attendues dans ce domaine de PISA.

Exemple d'exercice de* Problem solving*, du type "Prise de décision": Sortie au cinéma

SORTIE AU CINÉMA

Dans cet exercice, il s'agit de trouver une date et une heure appropriées pour aller au cinéma.

Julien a 15 ans. Il veut organiser une sortie au cinéma avec deux de ses copains du même âge que lui, pendant la prochaine semaine de vacances scolaires. Les vacances commencent le samedi 24 mars et se terminent le dimanche 1er avril.

Julien demande à ses camarades quels sont les jours et les heures qui leur conviennent pour cette sortie. Il a reçu les informations suivantes :

François : *" Je dois rester chez moi le lundi et le mercredi après-midi de 14h30 à 15h30 pour mes leçons de musique. "*

Simon : *" Je dois rendre visite à ma grand-mère les dimanches, donc les dimanches sont exclus. J'ai déjà vu Pokamin et je ne veux pas le revoir. "*

Julien doit choisir un film qui ne soit pas interdit aux jeunes de son âge et ses parents insistent pour qu'il ne rentre pas à pied ; ils proposent de ramener les garçons chez eux à n'importe quelle heure jusqu'à 10 heures du soir.

Julien se renseigne sur les programmes de cinéma pour la semaine de vacances. Voici les informations qu'il a recueillies ;

CINÉMA TIVOLI Réservations au numéro : 08 00 42 30 00 Infos 24h/24 : 08 00 42 00 01 Promotion spéciale les mardis : tous les films à 3,00 euros **Programme en vigueur à partir du vendredi 23 mars, pour deux semaines :**			
Enfants sur la Toile 113 min 14h00 (lun.-ven. seulement) 21h35 (sam./dim. seulement)	Interdit aux moins de 12 ans.	**Pokamin** 105 min 13h40 (tous les jours) 16h35 (tous les jours)	Accord parental souhaitable. Pour tous, mais certaines scènes peuvent heurter la sensibilité des plus jeunes.
Les monstres des profondeurs 164 min 19h55 (ven./sam. seulement)	Interdit aux moins de 18 ans.	**Enigma** 144 min 15h00 (lun.-ven. Seulement) 18h00 (sam./dim. Seulement)	Interdit aux moins de 12 ans.
Carnivore 148 min 18h30 (tous les jours)	Interdit aux moins de 18 ans.	**Le Roi de la savane** 117 min 14h35 (lun.-ven. Seulement) 18h50 (sam./dim. Seulement)	Pour tous.

Question 1 : SORTIE AU CINÉMA

En tenant compte des renseignements que Julien a recueillis sur le programme de cinéma et auprès de ses copains, le(s)quel(s) des six films Julien et ses amis peuvent-ils envisager d'aller voir ? Entourez " Oui " ou " Non " pour chacun des films.

Film	Les trois garçons peuvent-ils envisager d'aller voir le film ?
Enfants sur la Toile	Oui / Non
Les monstres des profondeurs	Oui / Non
Carnivore	Oui / Non
Pokamin	Oui / Non
Enigma	Oui / Non
Le Roi de la savane	Oui / Non

CONSIGNES DE CORRECTION DE LA QUESTION 1

Code 2 : Dans l'ordre : Oui, Non, Non, Non, Oui, Oui.

Crédit partiel

Code 1 : Une réponse incorrecte sur les 6 demandées.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission (absence de réponse).

Remarque : pour chaque film, la réponse à donner n'est pas immédiate : elle nécessite la prise en compte des quatre contraintes de l'énoncé, puis la comparaison avec le document du programme de cinéma, qui redonne pour chaque film ses horaires, jours de diffusion, interdictions éventuelles…
On voit que pour obtenir le " crédit complet ", l'élève doit avoir répondu correctement aux 6 affirmations à la suite, ce qui est relativement exigeant. Pour obtenir le crédit partiel, l'exigence est que l'élève ait répondu correctement à 5 affirmations sur les 6.

Question 2 : SORTIE AU CINÉMA

Si les trois garçons décidaient d'aller voir " Enfants sur la Toile ", laquelle des dates suivantes leur conviendrait ?

A Le lundi 26 mars.

B Le mercredi 28 mars.

C Le vendredi 30 mars.

D Le samedi 31 mars.

E Le dimanche 1er avril.

CONSIGNES DE CORRECTION DE LA QUESTION 2

Crédit complet

Code 1 : C. Le vendredi 30 mars.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

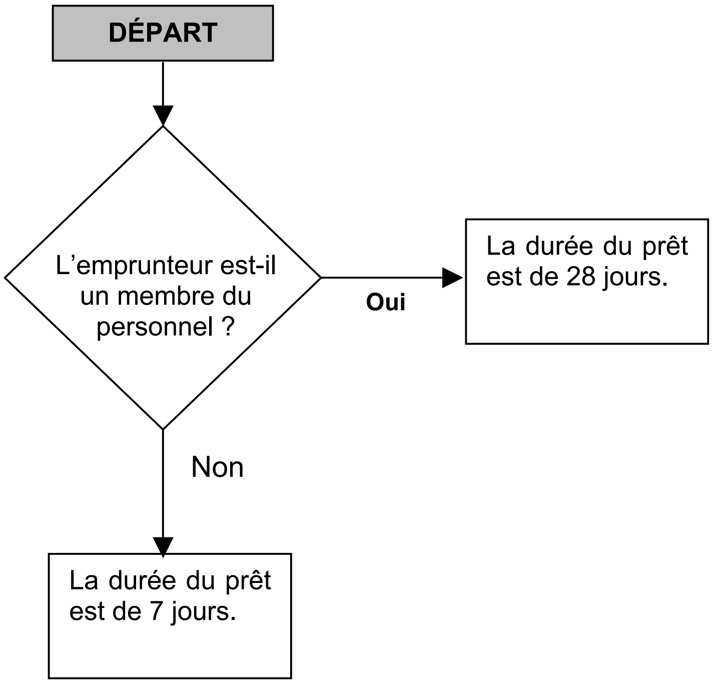
Cet exercice " Sortie au cinéma " est particulièrement bien réussi par les élèves français, comme le montre le tableau ci-dessous.

	France	Moyenne OCDE
Taux de réussite : 1ère question	76,2 %	67,2 %
Taux de réussite : 2ème question	70,8 %	68,1 %

Exemple d'exercice de* Problem solving, *du type "Conception et analyse de systèmes": Système de gestion d'une bibliothèque

SYSTÈME DE GESTION D'UNE BIBLIOTHÈQUE

La bibliothèque du **Lycée Montaigne** utilise un système simple de gestion du prêt de livres : pour les membres du personnel, la durée du prêt est de 28 jours et pour les élèves, la durée du prêt est de 7 jours. On peut voir ci-dessous un schéma de décision en arbre qui présente ce système simple :



La **bibliothèque du Lycée Coulanges** utilise un système similaire de gestion des prêts, mais plus complexe :

- Pour toutes les publications classées comme " réservées ", la durée du prêt est de 2 jours.
- Pour les livres (mais pas les magazines) qui **ne sont pas** sur la liste des publications réservées, la durée du prêt est de 28 jours pour les membres du personnel et de 14 jours pour les élèves.
- Pour les magazines qui **ne sont pas** sur la liste des publications réservées, la durée du prêt est de 7 jours pour tout le monde.
- Les personnes ayant des emprunts en cours pour lesquels la date de retour est dépassée ne peuvent effectuer aucun nouvel emprunt.

Question 1 : SYSTÈME DE GESTION

Vous êtes un élève du **Lycée Coulanges** et vous n'avez pas d'emprunts en cours pour lesquels la date de retour est dépassée. Vous souhaitez emprunter un livre qui **n'est pas** sur la liste des publications réservées. Pour combien de temps pouvez-vous emprunter ce livre ?

Réponse : jours.

CONSIGNES DE CORRECTION DE LA QUESTION 1

Crédit complet : Code 1 : 14 jours.

Pas de crédit : Code 0 : Autres réponses ; Code 9 : Omission.

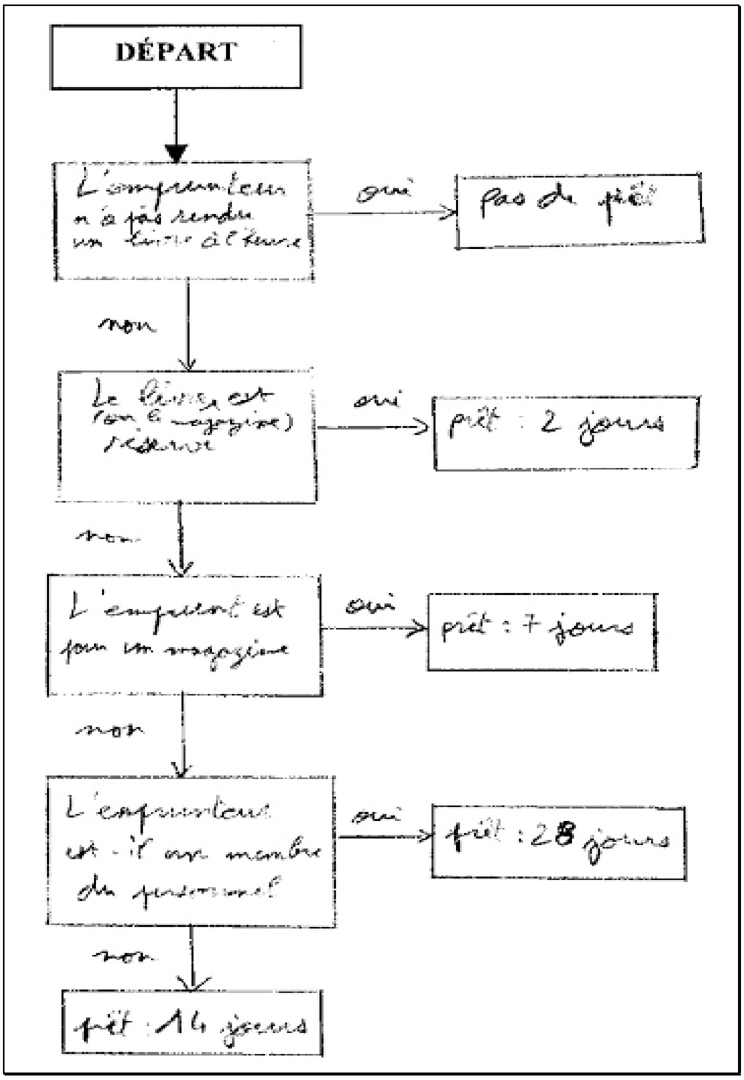
Question 2 : SYSTÈME DE GESTION

Réalisez un schéma de décision en arbre pour le système de gestion des prêts de la **bibliothèque du Lycée Coulanges**, permettant de concevoir un système de contrôle automatisé des prêts de livres et de magazines de la bibliothèque. Votre système de contrôle doit être aussi efficace que possible (c'est-à-dire qu'il doit avoir le plus petit nombre possible d'étapes de contrôle). Notez que chaque étape de contrôle ne doit présenter que **deux** possibilités et que ces possibilités doivent être étiquetées correctement (par exemple : " Oui " et " Non ").

DÉPART

↓

Voici un exemple de production d'élève à propos de cette dernière question :



2. Résultats généraux

Le domaine de *problem solving*, spécifique à l'évaluation 2003, est couvert par 19 items sur les 166 totaux : ces items sont répartis en 10 exercices. Ce nombre réduit d'items implique la prudence dans l'interprétation des résultats.

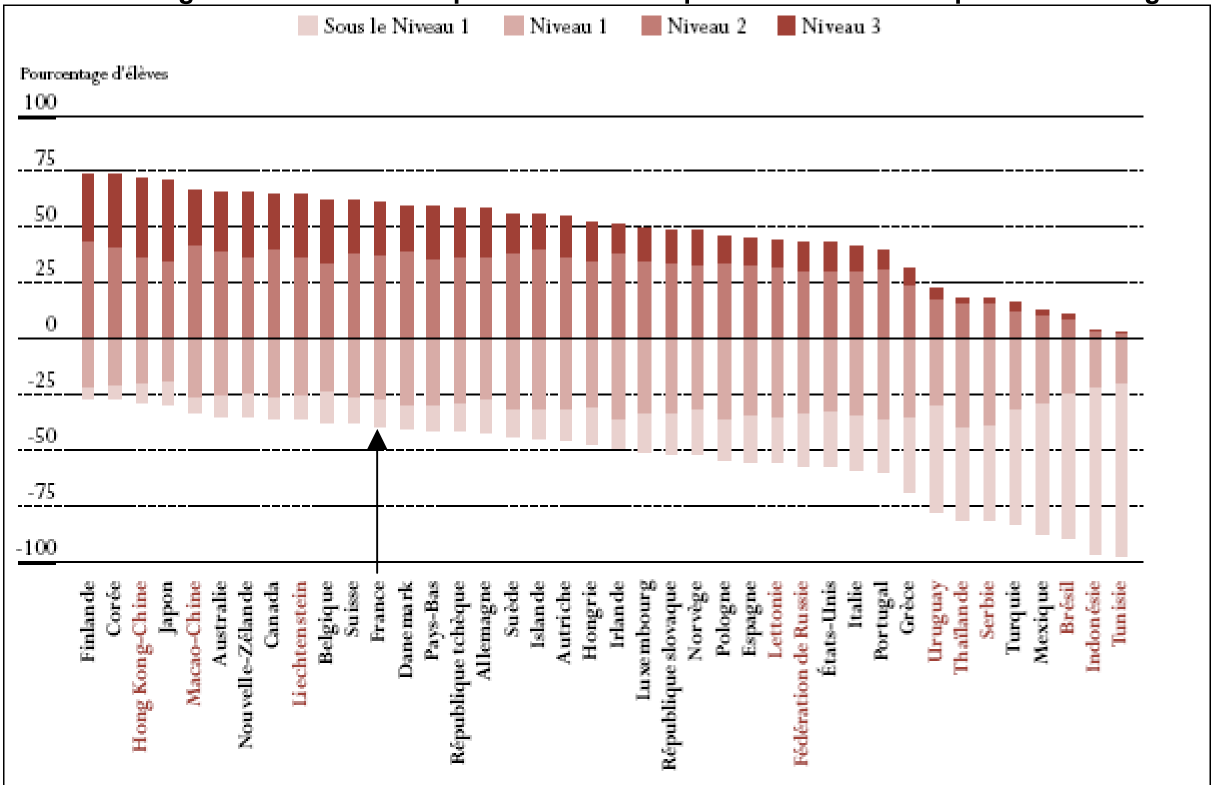
2.1 Niveaux de compétence des élèves

Les résultats ont été classés en **4 niveaux de compétences** seulement : " en-dessous du niveau 1 " - que nous appellerons niveau 0, niveau 1, niveau 2, niveau 3.
Cette échelle de compétence est construite de telle sorte que sa moyenne vaut 500 points et que les scores de deux tiers des élèves se situent entre 400 et 600 points.

Sous le niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
300 — 405	405 — 500	500 — 592	592 — 700

En moyenne dans l'ensemble des pays de l'OCDE, 50 % des élèves atteignent le niveau 2 mais cette proportion est très variable selon les pays (cf. graphique ci-dessous). En Corée, au japon, en Finlande, 70 % des élèves sont classés dans les niveaux 2 et 3, tandis que dans d'autres pays, comme le Mexique et la Turquie, les élèves situés au niveau " 0 " représentent plus de 50 % de la population testée.
Les élèves français sont bien situés sur cette échelle de compétence : la grande majorité de ces élèves (environ 60%) se situe dans les niveaux 2 et 3.

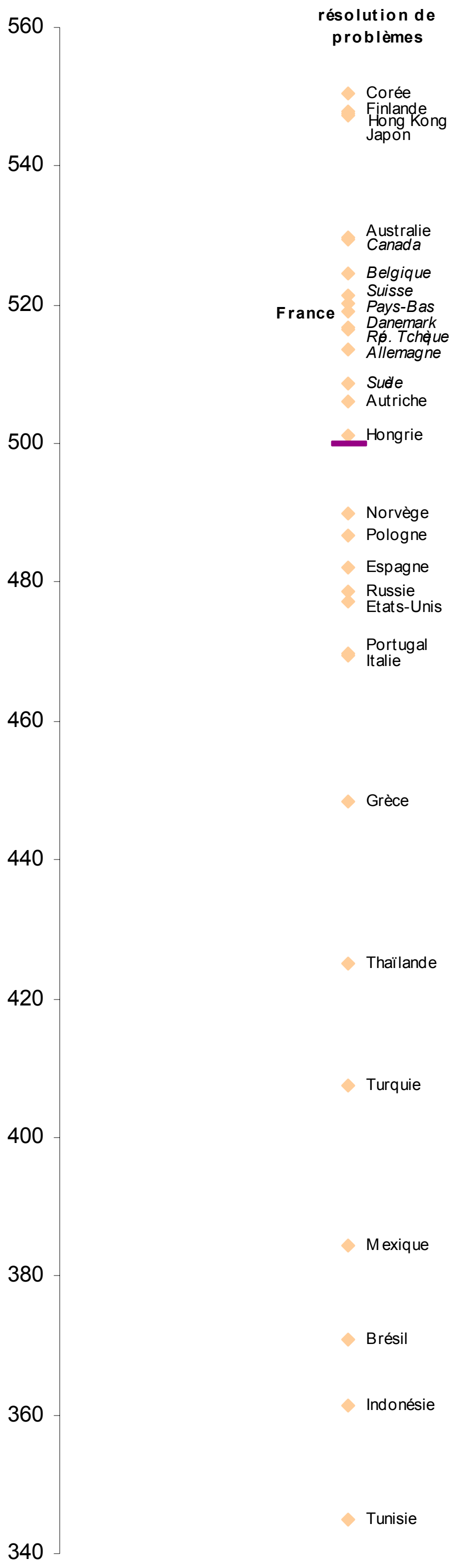
2.2 Pourcentage d'élèves dans chaque niveau de compétence de l'échelle "problem solving"



Les pays sont classés par ordre décroissant du pourcentage d'élèves de 15 ans aux niveaux 2 et 3.
Source : Base de données PISA 2003 de l'OCDE, tableau 2.1.

Dans le classement général par scores, la France fait partie des pays dont la performance est au-dessus de la moyenne de l'OCDE, tout comme l'Allemagne, L'Australie, la Belgique et les Pays-Bas (cf. graphique 1). Comme nous l'avions indiqué dans le chapitre 2, c'est dans ce domaine d'évaluation " transversal " que la France obtient son meilleur classement international.

Graphique 1 : classement des pays en résolution de problèmes, en 2003



2.3 Corrélation des performances en *problem solving* et en culture mathématique

Lorsqu'on mesure les corrélations des résultats entre les quatre domaines d'évaluation PISA 2003 (cf. tableau ci-dessous), on constate tout d'abord qu'elles sont élevées : un élève performant dans un domaine d'évaluation de PISA a de grandes chances d'être également performant dans les trois autres domaines.
Cette corrélation est variable quand on regarde les domaines deux à deux. En ce qui concerne la culture mathématique et le *problem solving*, c'est la corrélation la plus élevée qui est observée : un élève très performant en mathématiques obtient une très bonne performance en *problem solving ;* un élève peu performant en mathématiques réalise une mauvaise performance en *problem solving*

Tableau des corrélations entre les domaines d'évaluation PISA 2003

	Culture mathématique	Compréhension de l'écrit	Culture scientifique
Culture mathématique			
Compréhension de l'écrit	0,77		
Culture scientifique	0,83	0,83	
Problem solving	0,89	0,82	0,80

La conception des items de *problem solving*, repose sur l'hypothèse que les compétences relevant d'autres domaines n'influencent pas la résolution de ces exercices. On sait bien cependant que les acquis des élèves sont présents et influent à tout moment.
Alors que les enseignants français considéraient les exercices de *problem solving*, comme n'ayant " rien à voir " avec les savoirs et savoir-faire enseignés en mathématiques, il est probable que les compétences de raisonnement travaillées en classe de mathématiques et dans les autres disciplines permettent aux élèves de les réinvestir en *problem solving.*

Une étude menée par les chercheurs en psychologie cognitive David Imbert, Anne-Laure Gilet et Agnès Florin (étude présentée dans son intégralité en annexe 13 de ce dossier) a eu pour objectif de rechercher les processus cognitifs mis en jeu par les élèves dans ces deux domaines de compétences de PISA : c*ulture mathématique* et p*roblem solving*. En particulier, déterminer **si des processus communs ou spécifiques à chaque domaine** interviennent dans la résolution des exercices proposés.
Le fait qu'aucune différence significative n'est observée entre les sexes dans les résultats obtenus à ces deux domaines [en France seulement], suggèrent que ceux-ci sont sous-tendus, au moins partiellement, pas des processus spécifiques. Des analyses de variance menées par les chercheurs sur l'échantillon d'élèves français montrent des liens très forts entre les deux domaines, comme indiqué plus haut : les processus cognitifs mis en œuvre dans les épreuves de *problem solving* le sont également dans les épreuves de *culture mathématique*.

De nouvelles analyses de variances, menées en créant des "profils d'élèves" à partir des résultats obtenus aux épreuves de *problem solving*, ainsi que des analyses de régression incitent à penser que les différents domaines mathématiques de PISA (compétences numériques, statistiques, géométrie) ne sont pas sous-tendus par des processus spécifiques de résolution, mais au contraire par des processus généraux, tels que la représentation, l'identification du problème, et sa compréhension. L'hypothèse défendue par les auteurs est que **les performances obtenues en *problem solving* et en culture mathématique dépendent de capacités (ou contraintes) générales de traitement de l'information**.

Comparaison des taux de non-réponse :
En Maths : France 10.8 % ; OCDE 10.9 %
En *problem solving : France 9,7 % ; OCDE 10,5 %*
Dans le domaine *problem solving*, l'absence de réponse est moindre qu'en culture mathématique. Par ailleurs, les élèves français répondent davantage que les élèves de l'ensemble OCDE.

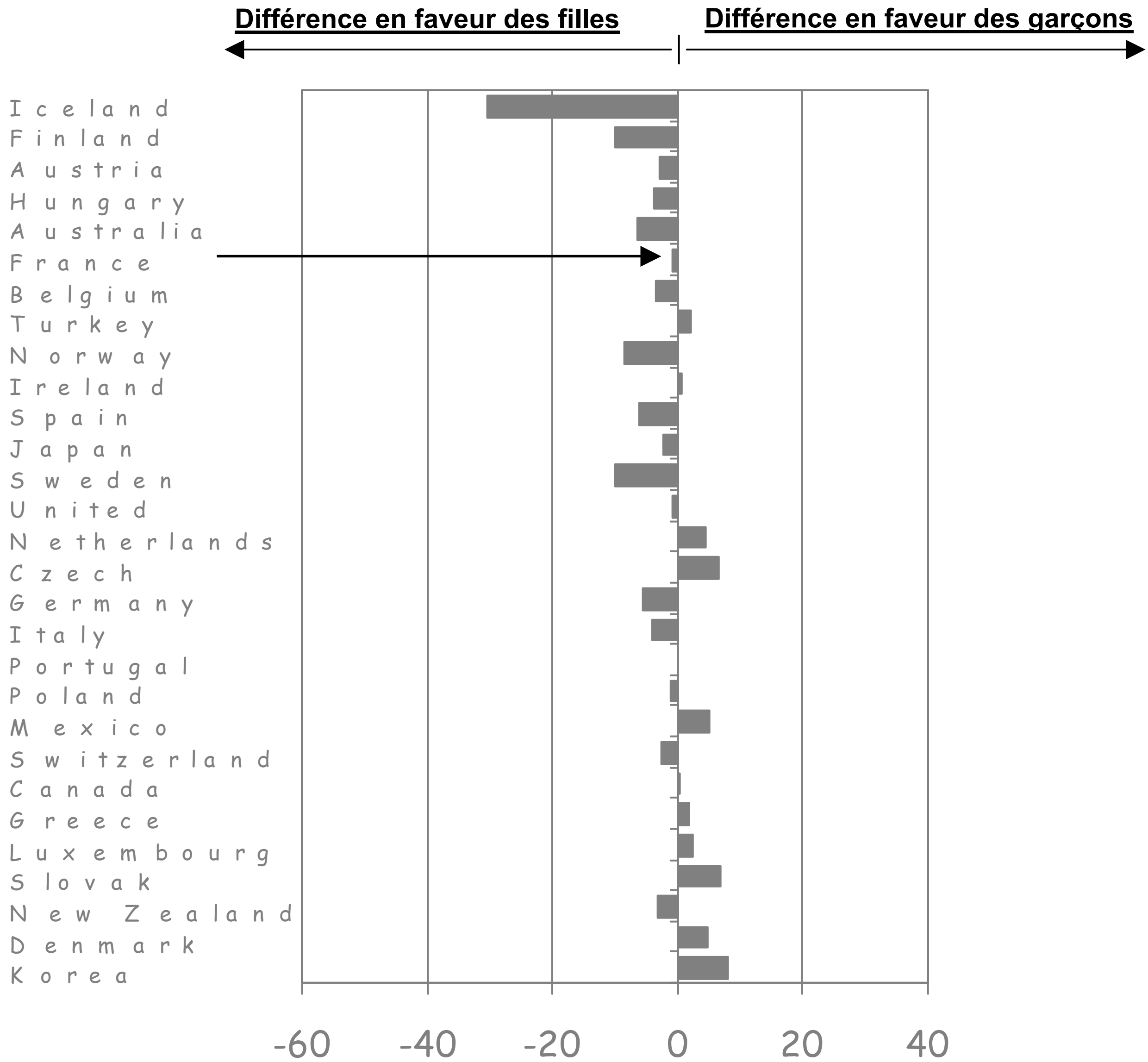
2.4 Différences de performances entre filles et garçons

S'il est un domaine d'évaluation où les différences de performances entre filles et garçons est faible, c'est en *problem solving* : rappelons, en effet, qu'au niveau international, les filles ont des performances nettement supérieures aux garçons en compréhension de l'écrit, et qu'au contraire les garçons ont un avantage –moindre mais significatif- en culture mathématique, et léger en culture scientifique. En *problem solving*, les différences de score entre les sexes ne sont significatives que dans 6 pays des 29 pays de l'OCDE participants à PISA 2003, et dans ces pays l'avantage irait plutôt aux filles (cf. graphique 2).

En France (indiquée par la flèche), il n'y a aucune différence significative entre les performances des filles et celles des garçons, tout comme on le retrouvera en culture scientifique (chapitre 8).
Lorsqu'on examine la proportion de filles et de garçons dans les 4 niveaux de compétences, on ne peut pas non plus départager les deux groupes : que ce soit dans le niveau le plus faible ou le niveau le plus fort, il y a quasiment autant de filles que de garçons.

A quoi attribuer cette absence de différence en *problem solving*, très marquée dans d'autres domaines ? D'une part, ce domaine d'évaluation fait appel à des **compétences** transversales, non-spécifiques à une discipline particulière ; d'autre part, il fait très peu appel à des **connaissances scolaires**, qui ressortissent toujours plus particulièrement d'une discipline.
L'avantage que les garçons possèdent en mathématiques n'influe pas sur leur performance en *problem solving.*

Graphique 2 : différences de scores moyens entre filles et garçons dans le domaine *Problem solving*, (exprimées en points) pour les 29 pays de l'OCDE.

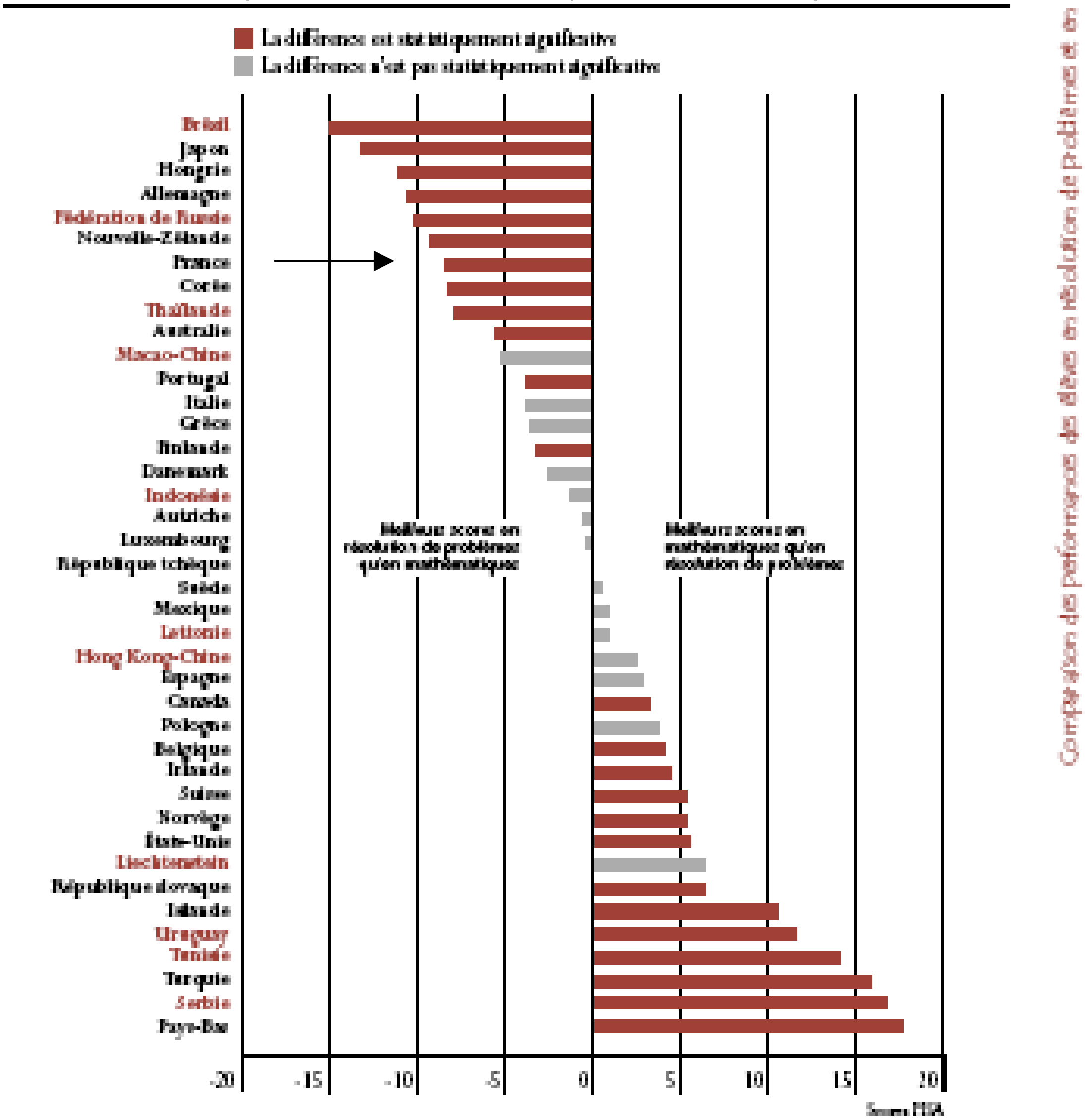


3. Résultats français

Pour tous les items, les scores des élèves français se situent **au-dessus de la moyenne des pays de l'OCDE**, avec parfois un écart assez important - jusqu'à +15,2 %- . Pour l'item qu'il réussissent le moins bien, les élèves français se situent tout de même au-dessus de la moyenne OCDE.

La France fait également partie du groupe de pays obtenant un score plus élevé en *problem solving* qu'en culture mathématique, ceci avec une différence statistique significative, + 8,4 points de score moyen. Les tâches demandées en *problem solving* requérant des compétences plus générales et plus complexes, ceci peut laisser penser que les élèves français possèdent la capacité d'obtenir de meilleures performances en mathématiques que celles observées.

Ecart de performance en mathématiques et résolution de problèmes



Source : Base de données PISA 2003 de l'OCDE, tableau 3.2.

Une autre caractéristique française est que les scores des filles en *problem solving* sont similaires à ceux des garçons (la différence est non significative statistiquement), alors qu'ils sont légèrement inférieurs en mathématiques (différence de 8 points sur 511 points de score).

3.1 Vue d'ensemble des résultats français

La France obtient son meilleur classement et les écarts de score les plus importants avec la moyenne de l'OCDE (29 pays) sur les deux premières questions de l'exercice "Irrigation" (cf. Annexe 12 de ce dossier). Ce problème fait partie des items de "traitement de dysfonctionnements" (cf. Partie 1 du présent chapitre). La question 1 appartient au niveau 1 de compétence et les questions 2 et 3 au niveau 2. La question 1 permet de vérifier la compréhension de la situation proposée. Dans la question 2 il faut identifier un dysfonctionnement et dans la question 3 proposer un réglage pour effectuer un test.

Exercice	Item	Niveau de compétence	Format	% de réussite FRANCE	% de réussite OCDE	Différence FRA-OCDE	Rang FR sur 30 pays	Rang FR sur 41 pays
Irrigation	X603Q01	1	Construite ouverte	72,9	62,9	10,1	4	4
Irrigation	X603Q02T	2	QCM	66,5	51,3	15,2	3	3
Irrigation	X603Q03	2	Construite ouverte	59,1	54,4	4,7	13	16

La France obtient son moins bon classement et les écarts les plus faibles (cependant toujours positifs ou nuls) avec les autres pays de l'OCDE sur l'exercice "Bibliothèque". Ce problème appartient au x items "d'analyses de systèmes". La question 1 appartient au niveau de compétence 1 et la question 2 au niveau 3.

Exercice	Item	Niveau de compétence	Format	% de réussite FRANCE	% de réussite OCDE	Différence FRA-OCDE	Rang FR sur 30 pays	Rang FR sur 41 pays
Bibliothèque	X402Q01T	1	Construite fermée	75,9	74,8	1,1	15	18
Bibliothèque	X402Q02T	3	Construite ouverte	14,3	14,3	0,0	11	14

L'observation des résultats de ces deux problèmes donne difficilement lieu à interprétation.

Les deux tableaux qui suivent présentent les taux de réussite de la France et des pays de l'OCDE obtenus à l'ensemble des items de *problem solving*, respectivement par ordre décroissant de réussite française, et par ordre décroissant de réussite OCDE.

Items de *Problem solving* classés par ordre de réussite décroissante pour les élèves français

Item	Exercice	% de réussite France	% de réussite OCDE	Différence FRANCE-OCDE
X430Q01	Besoins en énergie	86,6	84,8	1,8
X601Q01T	Cinema	76,2	67,2	9,0
X402Q01T	Bibliothèque	75,9	74,8	1,1
X603Q01	Irrigation	72,9	62,9	10,1
X601Q02	Cinema	70,8	68,1	2,8
X603Q02T	Irrigation	66,5	51,3	15,2
X603Q03	Irrigation	59,1	54,4	4,7
X412Q02	Logiciel…	55,5	48,3	7,2
X412Q01	Logiciel…	55,4	50,3	5,1
X602Q01	Vacances	55,2	45,9	9,4
X423Q01T	Congélateur	51,5	49,2	2,3
X412Q03	Logiciel…	46,4	39,6	6,8
X423Q02T	Congélateur	45,8	44,6	1,1
X417Q01	Colonie de vac.	42,1	40,1	2,0
X602Q02	Vacances	42,1	35,6	6,4
X430Q02	Besoins en énergie	37,2	32,1	5,1
X414Q01	Programme de cours	32,2	31,1	1,2
X415Q01T	Correspondances	25,3	24,1	1,1
X402Q02T	Bibliothèque	14,3	14,3	0,0

Items de *Problem solving* classés par ordre de réussite décroissante pour la moyenne des pays de l'OCDE

Item	Exercice	% de réussite FRANCE	% de réussite OCDE	Différence FRANCE-OCDE
X430Q01	Besoins en énergie	86,6	84,8	1,8
X402Q01T	Bibliothèque	75,9	74,8	1,1
X601Q02	Cinema	70,8	68,1	2,8
X601Q01T	Cinema	76,2	67,2	9,0
X603Q01	Irrigation	72,9	62,9	10,1
X603Q03	Irrigation	59,1	54,4	4,7
X603Q02T	Irrigation	66,5	51,3	15,2
X412Q01	Logiciel…	55,4	50,3	5,1
X423Q01T	Congélateur	51,5	49,2	2,3
X412Q02	Logiciel…	55,5	48,3	7,2
X602Q01	Vacances	55,2	45,9	9,4
X423Q02T	Congélateur	45,8	44,6	1,1
X417Q01	Colonie de vac.	42,1	40,1	2,0
X412Q03	Logiciel…	46,4	39,6	6,8
X602Q02	Vacances	42,1	35,6	6,4
X430Q02	Besoins en énergie	37,2	32,1	5,1
X414Q01	Programme de cours	32,2	31,1	1,2
X415Q01T	Correspondances	25,3	24,1	1,1
X402Q02T	Bibliothèque	14,3	14,3	0,0

En comparant ces deux tableaux, on constate que **l'ordre de réussite des items** est pratiquement le même pour les élèves français et pour la moyenne des élèves de l'OCDE : ce sont **les mêmes items qui sont les plus réussis** (Besoins en énergie question 1, Cinéma, Irrigation) et **les moins réussis** (Besoins énergie question 2, Programme de cours, Correspondances, Bibliothèque). En revanche, les écarts des français par rapport à la moyenne de l'OCDE sont très variables suivant les items.

3.2 Résultats par exercices

- **Exercices du type "prise de décision "**

Les élèves sont confrontés à des situations demandant une prise de décision. Tout en respectant des contraintes, ils doivent choisir entre plusieurs possibilités, puis communiquer leur choix. Le nombre de contraintes et le nombre de manipulations à effectuer pour parvenir à une conclusion varient suivant les exercices.

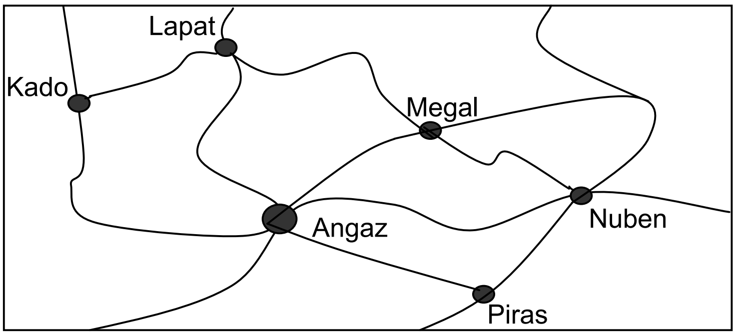
Exercice " Vacances "

VACANCES

Dans ce problème, il s'agit de déterminer le meilleur itinéraire de vacances.

Les documents 1 et 2 présentent une carte de la région et les distances entre les villes.

Document 1 : Carte des routes d'une ville à l'autre.



Document 2 : Distances routières les plus courtes entre les villes, exprimées en kilomètres.

	Angaz	Kado	Lapat	Megal	Nuben	Piras
Angaz						
Kado	550					
Lapat	500	300				
Megal	300	850	550			
Nuben	500		1000	450		
Piras	300	850	800	600	250	

Question 1 ***:***

Calculez la plus courte distance par route entre Nuben et Kado.

Distance : .... kilomètres.

Question 2 ***:***

Zoé habite à Angaz. Elle veut visiter Kado et Lapat. Elle ne peut pas faire **plus de 300 kilomètres** par jour, mais elle peut couper ses trajets en campant, pour la nuit, n'importe où entre deux villes.

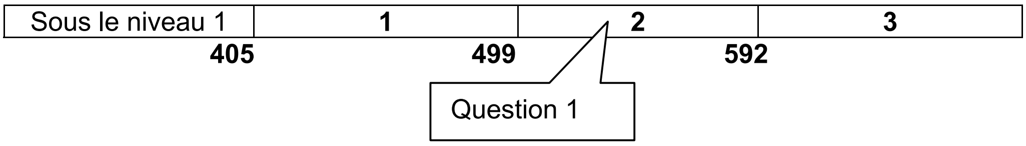
Zoé restera **deux nuits** dans chaque ville, de manière à pouvoir passer chaque fois une journée entière à les visiter.

Donnez l'itinéraire de Zoé en remplissant le tableau ci-dessous pour indiquer où elle passera chacune des nuits.

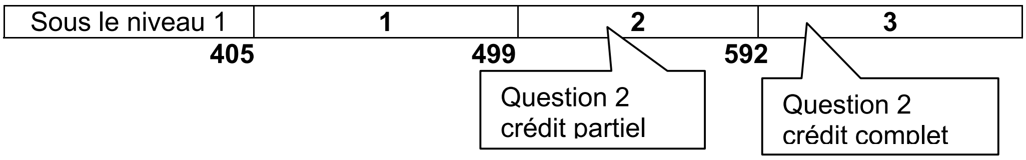
Jour	Logement pour la nuit
1	Camping entre Angaz et Kado.
2	
3	
4	
5	
6	
7	Angaz

Dans cet exercice, il faut résoudre deux problèmes : déterminer d'un itinéraire et en choisir les étapes. Pour ce faire, les élèves disposent de deux sources d'information : une carte et un tableau à double entrée indiquant les distances entre les villes représentées sur la carte.
Dans la question 2 les élèves doivent respecter une série de contraintes.
Les compétences sollicitées pour la question 1 sont classées en niveau 2 sur l'échelle de *Problem solving* qui comporte trois niveaux ; les compétences de la question 2 se situent en niveau 2 (crédit partiel) ou 3 (crédit complet).

Vacances Question 1
Place de l'item sur l'échelle des niveaux de compétences de "Problem Solving



Vacances Question 2
Place de l'item sur l'échelle des niveaux de compétences de Problem Solving



Résultats France et OCDE
Le tableau ci-dessous détaille les taux de réussite moyen obtenus par la France et par l'ensemble des pays de l'OCDE, ainsi que la différence entre ces deux pourcentages : sur la question 1 de l'exercice Vacances, le taux de réussite français dépasse celui de l'OCDE de 9,4 points, ce qui est très élevé. La France se classe d'ailleurs à un très bon rang (4ème), que ce soit sur les 30 pays de l'OCDE auxquels elle appartient, mais également sur l'ensemble des 41 pays participants.

Exercice	Item	Niveau de compétence	Format	% de réussite FRANCE	% de réussite OCDE	Différence FRA-OCDE	Rang FR sur 30 pays	Rang FR sur 41 pays
Vacances	X602Q01	2	Construite fermée	55,2	45,9	9,4	4	4
Vacances	X602Q02	2 et 3	Construite ouverte	42,1	35,6	6,4	10	12

Exercice "Besoins en énergie"

Dans ce problème, il s'agit de sélectionner les aliments qui conviennent pour satisfaire les besoins en énergie d'un habitant de la Zedlande. Le tableau ci-dessous présente les apports énergétiques quotidiens recommandés pour différentes catégories de personnes, exprimés en kilojoules (kJ).

APPORTS ÉNERGÉTIQUES QUOTIDIENS RECOMMANDÉS POUR LES ADULTES

		HOMMES	***FEMMES***
Âge (ans)	**Niveau d'activité**	**Apports énergétiques nécessaires (kJ)**	**Apports énergétiques nécessaires (kJ)**
De 18 à 29	Léger Modéré Intense	10 660 11 080 14 420	8 360 8 780 9 820
De 30 à 59	Léger Modéré Intense	10 450 12 120 14 210	8 570 8 990 9 790
60 et plus	Léger Modéré Intense	8 780 10 240 11 910	7 500 7 940 8 780

NIVEAU D'ACTIVITÉ SELON LA PROFESSION

Léger :	**Modéré :**	**Intense :**
Vendeur (intérieur)	Enseignant	Ouvrier (bâtiment)
Travail de bureau	Vendeur (extérieur)	Manœuvre
Ménagère	Infirmière	Sportif

Question 1

M. David Dupont est un enseignant de 45 ans. Quel est (en kJ) l'apport énergétique quotidien recommandé pour son niveau d'activité ?

Réponse : .... kilojoules.

Jeanne Rosier est une athlète de 19 ans pratiquant le saut en hauteur. Un soir, des amis l'invitent à dîner au restaurant. La carte proposée est la suivante :

CARTE		**Estimation par Jeanne de l'apport énergétique des divers plats (kJ)**
Potages :	Soupe à la tomate	355
	Soupe de champignons à la crème	585
Plats principaux :	Poulet à la mexicaine (épicé)	960
	Poulet au gingembre des Caraïbes	795
	Brochettes de porc à l'ananas	920
Salades :	Salade de pommes de terre	750
	Salade de tomates au basilic et à la mozzarella	335
	Taboulé	480
Desserts :	Crumble aux pommes et aux framboises	1 380
	Crème au caramel	1 005
	Tarte aux pommes	565
Milk-shakes :	Parfum Chocolat	1 590
	Parfum Vanille	1 470

Le restaurant propose également un menu spécial à prix fixe

Menu à prix fixe
50 zeds
Soupe à la tomate
Poulet au gingembre des Caraïbes
Tarte aux pommes

Question 2

Jeanne tient un relevé de ce qu'elle mange chaque jour. Ce jour-là, les aliments qu'elle a déjà consommés avant le dîner ont représenté un apport énergétique total de 7 520 kJ.

Jeanne **ne** veut **pas** que son apport énergétique total soit **inférieur ou supérieur** de plus de 500 kJ **aux apports énergétiques quotidiens recommandés dans son cas**.

Déterminez si le " Menu à prix fixe " permettra à Jeanne de respecter, à ± 500 kJ près, l'apport énergétique recommandé dans son cas. Montrez comment vous avez obtenu votre réponse.

C'est la question 1 de ce problème qui obtient le meilleur pourcentage de réussite pour l'ensemble des pays.

Place des items de cet exercice, sur l'échelle des niveaux de compétences de *problem solving*

Sous le niveau 1	**1**	**2**	**3**
405	**499**	**592**	

Besoin en énergie Q1

Besoin en énergie Q2, Crédit partiel

Besoin en énergie Q2, crédit complet

Les compétences sollicitées sont inférieures au niveau 1 (c'est-à-dire de "niveau 0") pour la question 1 qui demande une simple lecture de tableau. Elles sont de niveau 2 (crédit partiel) ou 3 (crédit complet) pour la question 2 dans laquelle il faut établir un menu correspondant à des contraintes.
Il faut donc comparer les plats et leur correspondance en kilojoules, intégrer les apports en énergie du déjeuner, comparer aux besoins et conclure.
C'est à la question 1 de ce problème que les élèves français obtiennent leur meilleur score en valeur absolue mais ils ne sont pas très loin de la moyenne des élèves de l'OCDE.

Résultats France et OCDE

Exercice	Item	Niveau de compétence	Format	% de réussite FRANCE	% de réussite OCDE	Différence FRA-OCDE	Rang FR sur 30 pays	Rang FR sur 41 pays
Besoins en énergie	X430Q01	1	Construite fermée	86,6	84,8	1,8	18	22
Besoins en énergie	X430Q02	2 et 3	Construite fermée	37,2	32,1	5,1	11	14

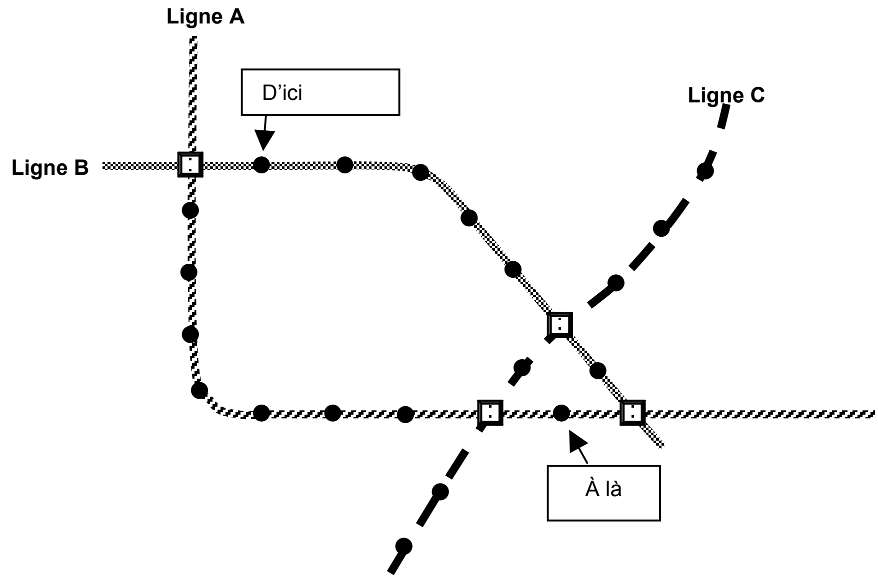
***Exercice "Cinéma"* (énoncé et consignes de correction présentés en point 1. de ce chapitre)**
Pour chaque film, la réponse à donner n'est pas immédiate : elle nécessite la prise en compte des quatre contraintes de l'énoncé, puis la comparaison avec le document du programme de cinéma, qui redonne pour chaque film ses horaires, jours de diffusion, interdictions éventuelles…
On voit que pour obtenir le " crédit complet ", l'élève doit avoir répondu correctement aux 6 affirmations à la suite, ce qui est relativement exigent. Pour obtenir le crédit partiel, l'exigence est que l'élève ait répondu correctement à 5 affirmations sur les 6.

Pour la question 1 les élèves doivent comprendre les différentes contraintes et prendre une décision pour savoir si un choix est possible ou non. La question 2 est plus facile : les élèves peuvent procéder par éliminations successives sans gérer toutes les contraintes simultanément. Les résultats des élèves français sont un peu surprenants puisque la performance à la question 1 est légèrement supérieure à celle de la question 2.

Résultats France et OCDE

Exercice	Item	Niveau de compétence	Format	% de réussite FRANCE	% de réussite OCDE	Différence FRA-OCDE	Rang FR sur 30 pays	Rang FR sur 41 pays
Cinéma	X601Q01T	2	QCM multiple	76,2	67,2	9,0	5	7
Cinéma	X601Q02	1	QCM	70,8	68,1	2,8	13	15

Exercice "Correspondances"



● Représente une station sur une des lignes de métro

▣ Représente une jonction, c'est-à-dire une station où existe une correspondance permettant de changer de ligne de métro (Lignes A, B ou C)

Le schéma ci-dessous montre une section du réseau de transports publics d'une ville de Zedlande, comprenant trois lignes de métro. Il montre également l'endroit où vous vous trouvez actuellement et celui où vous devez vous rendre.

Le prix est fonction du nombre de stations traversées (sans compter la station de départ). Le coût s'élève à 1 zed par station traversée.

La durée du parcours entre deux stations successives est d'environ 2 minutes.

La durée nécessaire pour changer de ligne à une jonction est d'environ 5 minutes.

Question 1

Sur le schéma, on peut voir la station où vous vous trouvez en ce moment (" D'ici ") et celle où vous souhaitez vous rendre (" À là "). **Indiquez sur le schéma** le meilleur parcours (en termes de durée et de coût) et inscrivez, ci-dessous, le prix que vous paierez, ainsi que la durée approximative du trajet.

Prix : .... zeds.
Durée approximative du trajet :............................. minutes.

Correspondances
Place des items sur l'échelle des niveaux de compétences de *problem solving*

Sous le niveau 1	1	2	3
405	499	592	

Correspondances crédit partiel

Correspondances crédit complet

Cette question fait appel à des compétences de niveau 3, le plus élevé. Il s'agit de trouver le meilleur parcours en métro, en termes de durée et de coût.
Cet item est assez difficile pour les élèves puisque la réussite moyenne de l'OCDE n'est que de 24,1 %. Les résultats français se situent très légèrement au-dessus de cette moyenne. On peut penser que

la notion de "meilleur" parcours, la notion de "durée nécessaire pour changer de ligne à une jonction", et le fait que les élèves ne sont pas tous familiarisés avec les trajets en métro sont sources de difficulté. Les élèves sont néanmoins "entrés" dans l'exercice car le taux de non-réponses est peu élevé ; cependant il y a près de 60% de réponses incorrectes.

Résultats France et OCDE

Exercice	Item	Niveau de compétence	Format	% de réussite FRANCE	% de réussite OCDE	Différence FRA-OCDE	Rang FR sur 30 pays	Rang FR sur 41 pays
Correspondances	X415Q01T	3	Construite ouverte	25,3	24,1	1,1	14	17

- **Exercices du type "traitement de dysfonctionnements"**

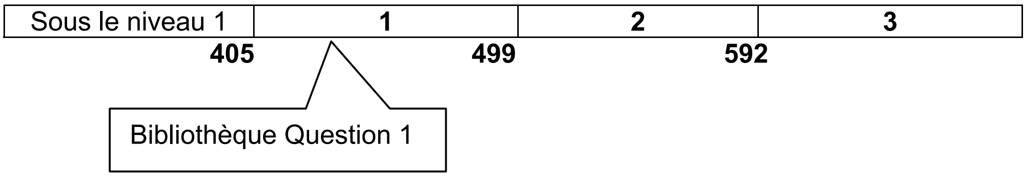
  Exercice "Irrigation" **(voir plus loin, partie 4 de ce chapitre : Étude de productions d'élèves)**
  C'est l'exercice **le mieux réussi par la France**, par comparaison aux autres pays.

- **Exercices du type " conception et analyse de systèmes"**
  Exercice Bibliothèque **(énoncé en Annnexe 12)**

La France obtient son moins bon classement à cet exercice.

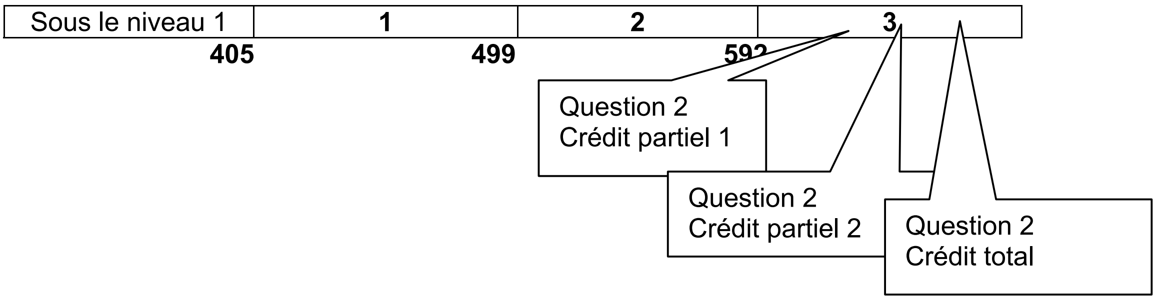
Bibliothèque : Question 1

Place de l'item sur l'échelle des niveaux de compétences de *problem solving*



Bibliothèque : Question 2

Place de l'item sur l'échelle des niveaux de compétences de *problem solving*



A la question 1 de ce problème, l'ensemble des pays obtient le meilleur pourcentage de réussite. Elle peut donc être considérée comme la plus facile. Il s'agit de comprendre les règles et d'appliquer la bonne.

Pour la question 2, les élèves doivent créer un schéma de décision en arbre pour le système de gestion des prêts au sein d'une bibliothèque. C'est une question complexe : il faut partir d'une liste écrite et la "transformer" en arbre. Elle nécessite de comprendre les règles et leur interdépendance, d'organiser le système et de trouver une représentation pour le communiquer. Ce type de tâche est absolument nouveau pour les élèves français de 15 ans, ce qui peut expliquer ce taux de réussite très bas. A noter qu'il est également très bas pour la moyenne des pays de l'OCDE.

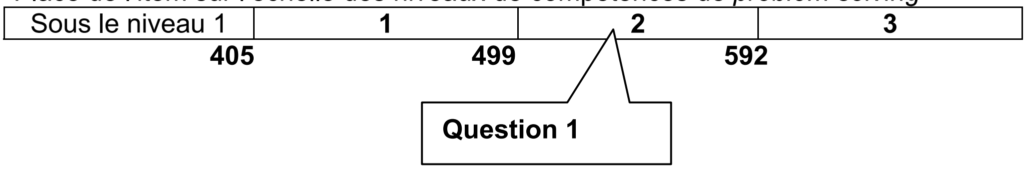
Résultats France et OCDE

Exercice	Item	Niveau de compétence	Format	% de réussite FRANCE	% de réussite OCDE	Différence FRA-OCDE	Rang FR sur 30 pays	Rang FR sur 41 pays
Bibliothèque	X402Q01T	1	Construite fermée	75,9	74,8	1,1	15	18
Bibliothèque	X402Q02T	3	Construite ouverte	14,3	14,3	0,0	11	14

Exercice "Logiciel de tracé" (cf partie 4. Étude de productions d'élèves)

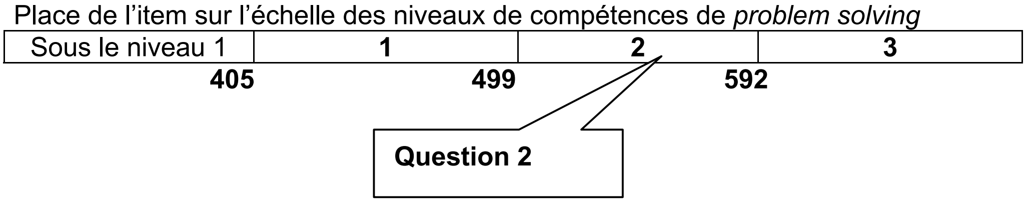
Design By Numbers Question 1

Place de l'item sur l'échelle des niveaux de compétences de *problem solving*



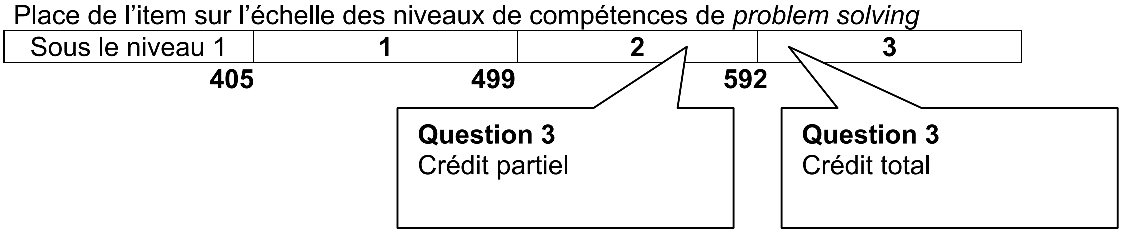
Design By Numbers Question 2

Place de l'item sur l'échelle des niveaux de compétences de *problem solving*



Design By Numbers Question 3

Place de l'item sur l'échelle des niveaux de compétences de *problem solving*



La réussite française est bonne par rapport à la moyenne de l'OCDE.
Il s'agit de comprendre un "mini langage" informatique puis de l'appliquer. Dans la question 1 les élèves doivent comprendre, par l'observation d'exemples, la commande qui donnera un résultat cherché pour la couleur du fond. Dans la seconde question la tâche est la même mais plusieurs commandes sont en jeu. Pour la dernière question, ils doivent écrire une série de commandes permettant d'obtenir un dessin donné. Les élèves doivent donc comprendre que la répétition d'une série d'instructions va leur donner le résultat et trouver les bornes. Cet item représente un ensemble de tâches très complexes. Les élèves français sont au-dessus de la moyenne, avec un taux de non-réponses situé dans la moyenne.

Résultats France et OCDE

Exercice	Item	Niveau de compétence	Format	% de réussite FRANCE	% de réussite OCDE	Différence FRA-OCDE	Rang FR sur 30 pays	Rang FR sur 41 pays
Logiciel	X412Q01	2	QCM	55,4	50,3	5,1	8	12
Logiciel	X412Q02	2	QCM	55,5	48,3	7,2	4	6
Logiciel	X412Q03	2 et 3	Construite ouverte	46,4	39,6	6,8	7	9

Exercice "Programme de cours"

Un institut d'enseignement technique propose les 12 matières suivantes dans le cadre d'un programme de 3 ans, où chaque matière est enseignée pendant une année :

	Code de la matière	**Intitulé de la matière**
1	M1	Mécanique niveau 1
2	M2	Mécanique niveau 2
3	E1	Électronique niveau 1
4	E2	Électronique niveau 2
5	C1	Études commerciales niveau 1
6	C2	Études commerciales niveau 2
7	C3	Études commerciales niveau 3
8	S1	Systèmes informatiques niveau 1
9	S2	Systèmes informatiques niveau 2
10	S3	Systèmes informatiques niveau 3
11	T1	Technologie et gestion de l'information niveau 1
12	T2	Technologie et gestion de l'information niveau 2

Chaque étudiant devra suivre 4 matières par an et étudiera donc les 12 matières en 3 ans

Les étudiants ne sont autorisés à suivre les cours de niveau supérieur dans une matière qu'à la condition d'avoir terminé le(s) niveau(x) inférieur(s) dans la même matière lors d'une année antérieure. Par exemple, vous ne pouvez suivre les Études commerciales de niveau 3 qu'après avoir terminé les Études commerciales de niveaux 1 et 2.

En outre, on ne peut suivre l'Électronique de niveau 1 qu'après avoir terminé la Mécanique de niveau 1. On ne peut suivre l'Électronique de niveau 2 qu'après avoir terminé la Mécanique de niveau 2.

Décidez quelles matières il faut proposer pour chaque année d'études, et complétez le tableau ci-dessous en y inscrivant les codes de ces matières.

	Matière 1	**Matière 2**	**Matière 3**	**Matière 4**
1^{e} Année				
2^{e} Année				
3^{e} Année				

Place de l'item sur l'échelle des niveaux de compétences de *problem solving*

Sous le niveau 1	**1**	**2**	**3**
405	**499**	**592**	

Programme de cours
Crédit partiel

Programme de cours
Crédit complet

Ce problème demande un raisonnement combinatoire. Les élèves doivent bien comprendre les relations entre les cours et trouver des priorités pour commencer le tableau. Le fait qu'il n'y ait pas une solution "unique" déstabilise peut être plus particulièrement nos élèves pour lesquels c'est une situation inhabituelle.

Ce problème est assez peu réussi par l'ensemble des élèves. Les élèves français se situent très légèrement au-dessus de la moyenne.

Résultats France et OCDE

Exercice	Item	Niveau de compétence	Format	% de réussite FRANCE	% de réussite OCDE	Différence FRA-OCDE	Rang FR sur 30 pays	Rang FR sur 41 pays
Programme de cours	X414Q01	3	Construite ouverte	32,2	31,1	1,2	17	20

Exercice "Colonies de vacances" ***(cf partie 4. Étude de productions d'élèves)***

Ce problème demande lui aussi un raisonnement combinatoire. Les élèves doivent répartir les adultes et les enfants d'une colonie de vacances dans des dortoirs en respectant un grand nombre de contraintes (6). La dimension variable des dortoirs, le fait qu'il y ait des adultes en surnombre complique encore les choses. En dépit de cette grande difficulté, il y a peu de non-réponses car le problème paraît à priori accessible : il l'est d'ailleurs pour des élèves de 6ème, comme on le verra en point 4.

Résultats France et OCDE

Exercice	Item	Niveau de compétence	Format	% de réussite FRANCE	% de réussite OCDE	Différence FRA-OCDE	Rang FR sur 30 pays	Rang FR sur 41 pays
Colonie de vacances.	X417Q01	2 et 3	Construite fermée	42,1	40,1	2,0	14	16

4. Étude de productions d'élèves en *problem solving*

La résolution des exercices de *problem solving* ne faisant ni appel à des connaissances purement mathématiques ni à d'autres connaissances récemment développées au collège, nous avons proposé certains de ces exercices à des élèves d'un âge différent de celui des élèves visés par PISA (15 ans), à des classes de 6ème et de 5ème notamment. Ces élèves, que nous avons vu travailler et qui nous ont parfois livré leurs réactions, nous renseignent sur leur manière d'aborder la situation, sur les questions que suscite l'énoncé ou encore sur leur point de vue sur l'exercice dans sa globalité.

4.1 Exercice " Colonie de vacances "

COLONIE DE VACANCES

Les services de la ville de Zedish organisent une colonie de vacances qui durera cinq jours. Il y a 46 enfants (26 filles et 20 garçons) qui se sont inscrits à la colonie de vacances et 8 adultes (4 hommes et 4 femmes) se sont portés volontaires pour les accompagner et pour organiser la colonie.

Tableau 1 : Adultes

Mme Mariette
Mme Chantal
Mlle Greta
Mlle Lorraine
M. Simon
M. Noël
M. William
M. Pascal

Tableau 2 : Dortoirs

Dortoir	Nombre de lits
Rouge	12
Bleu	8
Vert	8
Violet	8
Orange	8
Jaune	6
Blanc	6

Règlement du dortoir :

1. Les garçons et les filles doivent dormir dans des dortoirs séparés.
2. Il faut qu'au moins un adulte dorme dans chaque dortoir.
3. L'adulte ou les adultes qui dorment dans un dortoir doivent être du même sexe que les enfants de ce dortoir.

Affectation des dortoirs.

Complétez le tableau pour répartir les 46 enfants et les 8 adultes dans les dortoirs, en veillant à ce que toutes les règles soient respectées.

Dortoir	Nombre de garçons	Nombre de filles	Nom(s) de l'adulte ou des adultes
Rouge			
Bleu			
Vert			
Violet			
Orange			
Jaune			
Blanc			

Cet exercice qui nécessite d'organiser des données en respectant six conditions a été testé dans des classes de sixième et apparaît tout à fait réalisable par des élèves de ce niveau scolaire. Cependant plusieurs problèmes se posent : l'appropriation du texte est relativement longue car l'énoncé comporte beaucoup de données et de contraintes à respecter ; d'autre part l'expression " au moins " dans le paragraphe 2) du règlement du dortoir n'est pas toujours bien comprise puisque certains élèves se demandent si la présence d'un adulte est exigée ou bien s'il est possible qu'un adulte ne dorme pas dans un des dortoirs (cf. production de l'élève A ci-dessous).

Élève A :

Complétez le tableau pour répartir les 46 enfants et les 8 adultes dans les dortoirs, en veillant à ce que toutes les règles soient respectées.

Dortoir	Nombre de garçons	Nombre de filles	Nom(s) de l'adulte ou des adultes
Rouge	0	6	Mme Charlotte
Bleu	0	6	Mme Chantal
Vert	0	7	Mme Greta
Violet	0	7	Mme Lorraine
Orange	6	0	M. Simon
Jaune	7	0	M. Noël
Blanc	7	0	M. William

M. Pascal est en trop !
Il ne dormira pas avec les enfants.

Certains élèves se sont également demandé si tous les dortoirs devaient être remplis : l'énoncé proposé suscite chez les élèves de 6ème des questions supplémentaires.
Par ailleurs, le fait que plusieurs solutions soient possibles, a parfois déstabilisé les élèves. Compte tenu de tous ces éléments, le temps moyen de passation a été d'environ 40 minutes.

Parmi les procédures élaborées, on peut remarquer que des élèves ont commencé par :

- compter le nombre de lits et/ou le nombre total de personnes ;

Élève B :

12
+ 32
+ 12
56

56
− 46
10
− 8
2

Il y aura (deux) lit en trop.
Dans un dortoir il y aura 2 animateurs
3 dortoir de garçons et 4 dortoir de Fille

- compléter les dortoirs " aléatoirement " en gérant au fur et à mesure le reste de personnes à loger ;

Élève C :

J'ai déjà trouvé une solution, j'en cherche une autre.

ce qu'il reste

20 − 10 = 10 garçons
10 − 5 = 5 garçons
5 − 5 = 0 garçon

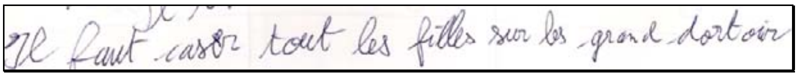
10 garçons + M. Pascal et M. Simon dans le rouge.
5 garçons + M. William dans le jaune
5 garçons + M. Noël dans le blanc.

26 − 7 = 19 Filles
19 − 7 = 12 ''
12 − 7 = 5 ''

7 Filles + Melle. Greta dans le bleu
7 Filles + Melle. Lorraine dans le vert
7 Filles + Mme. Marcelle dans le violet
et ~~7 Fil~~ 5 Filles + Mme. Chantal dans l'orange

- attribuer le plus grand dortoir aux filles car elles étaient plus nombreuses ;

Élève D :

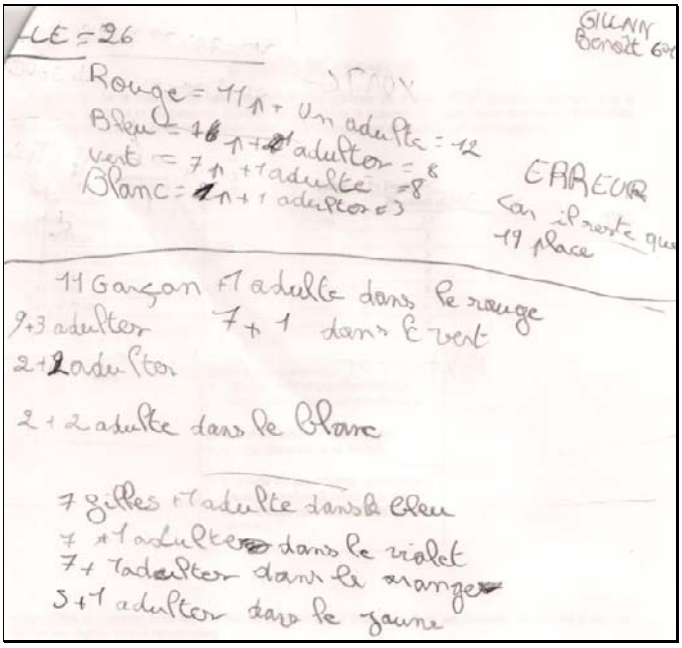

Il faut caser tout les filles sur les grand dortoir

Élève E :

DORTOIRS	LITS	GARÇON	FILLE	ADULTE
ROUGE	12	0	11	Melle Greta
BLEU	8	~~7~~0	7	Melle Lorraine
VERT	8	7	0	Mr SIMON
VIOLET	8	7	0	Mr NOËL
ORANGE	8	6	0	Mr WILLIAM Mr PASCAL
JAUNE	6	0	5	Mme Mariette
BLANC	6	0	3	Mme Chantal

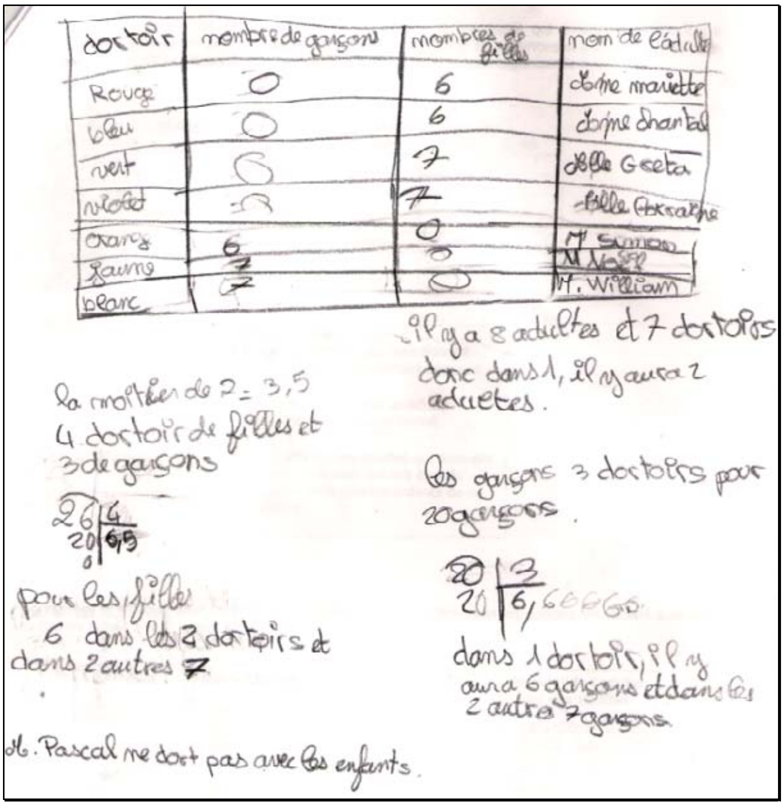
- s'engager dans une procédure " essai/erreur " ;

Élève F :



- rechercher un nombre moyen d'occupants par chambre (les élèves oubliant alors que le nombre de lits par dortoir était fixé) ;

Élève G :



dortoir	nombre de garçons	nombres de filles	nom de l'adulte
Rouge	0	6	dame mariette
bleu	0	6	dame chantal
vert	0	7	Melle Geeta
violet	0	7	Melle Amarathe
orange	6	0	M. Simon
jaune	7	0	M. Noël
blanc	7	0	M. William

il y a 8 adultes et 7 dortoirs donc dans 1, il y aura 2 aduetes.

la moitier de 7 = 3,5
4 dortoir de filles et 3 de garçons

26 | 4
20 | 6,5
0

pour les filles
6 dans les 2 dortoirs et dans 2 autres 7

les garçons 3 dortoirs pour 20 garçons.

20 | 3
20 | 6,66666

dans 1 dortoir, il y aura 6 garçons et dans les 2 autres 7 garçons.

M. Pascal ne dort pas avec les enfants.

Les principales erreurs rencontrées concernent le non-respect d'une des consignes : le nombre de lits par chambre. Il peut être dû à un procédé, comme dans l'exemple ci-dessus, ou à un oubli de comptage du ou des adultes accompagnateurs. D'autres erreurs ont été commises sur le nombre de filles et de garçons, avec parfois inversion des deux.

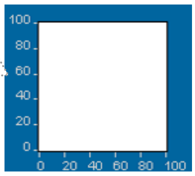
Cet exercice a été perçu comme ludique et sans rapport immédiat avec le programme enseigné en sixième. Certains élèves ont même précisé qu'il aurait pu être proposé à des élèves de CM2. Il leur apparaît comme une activité de logique. L'ensemble des élèves, y compris ceux qui sont en difficulté, s'est investi dans la recherche d'une solution.

4.2 Exercice " Logiciel de tracé "

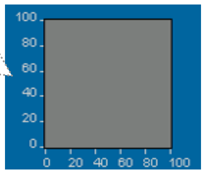
LOGICIEL DE TRACÉ "DESIGN BY NUMBERS©[1] "

Le logiciel de tracé "Design by Numbers" est un outil de conception assistée par ordinateur qui permet de générer des éléments graphiques. On peut générer des images en donnant au logiciel une série d’instructions.
Étudiez attentivement les exemples d’instructions et d’images ci-dessous avant de répondre aux questions.

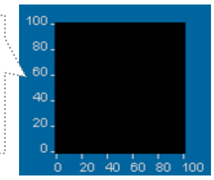
Papier 0



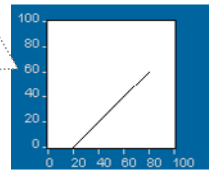
Papier 5
0



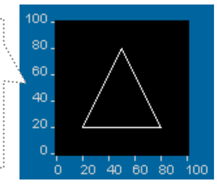
Papier 1
00



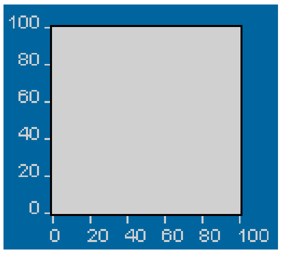
Papier 0
Crayon 100
Ligne 20 0 80 60



Papier 100
Crayon 0
Ligne 20 20 80 20
Ligne 80 20 50 80
Ligne 50 80 20 20

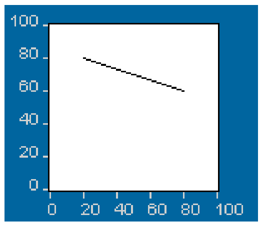


Question 1 : LOGICIEL DE TRACÉ
Laquelle des commandes suivantes a généré l’élément graphique ci-dessous ?



A Papier 0
B Papier 20
C Papier 50
D Papier 75

Question 2 : LOGICIEL DE TRACÉ
Parmi les séries de commandes suivantes, laquelle a généré l’élément graphique ci-dessous ?



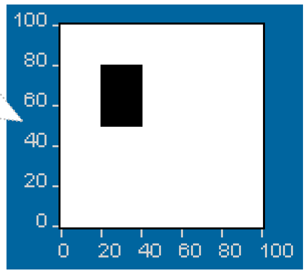
A	Papier 100	Crayon 0	Ligne 80 20 80 60
B	Papier 0	Crayon 100	Ligne 80 20 60 80
C	Papier 100	Crayon 0	Ligne 20 80 80 60
D	Papier 0	Crayon100	Ligne 20 80 80 60

[1] Design by Numbers a été développé par Aesthetics and Computation Group au laboratoire MIT Media. Copyright 1999, Massachusetts Institute of Technology. Ce logiciel peut être téléchargé sur le site http://dbn.media.mit.edu.

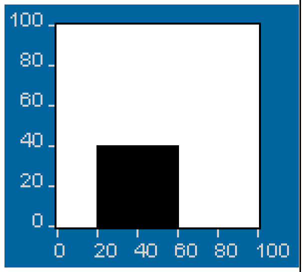
Question 3 : LOGICIEL DE TRACÉ
L'exemple ci-dessous illustre la commande " Répéter ".

La commande " Répéter A 50 80 " donne au programme l'instruction de répéter les actions entre accolades { } pour les valeurs successives de A, de A = 50 à A = 80.

```
Papier 0
Crayon 100
Répéter A 50 80
{
  Ligne 20  A  40  A
}
```

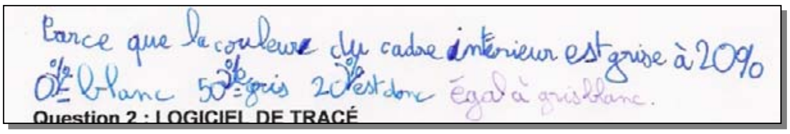


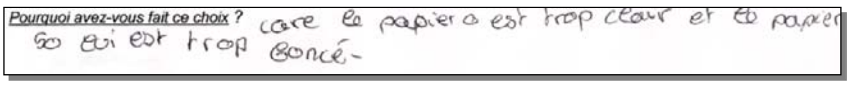
Inscrivez les commandes qui génèrent l'élément graphique ci-contre :

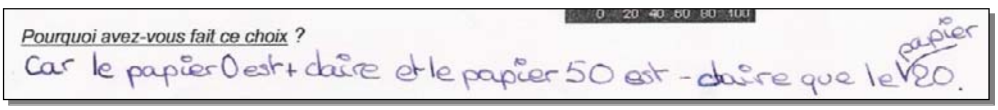


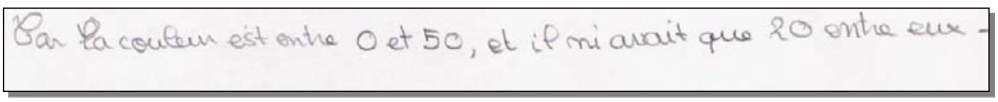
Cet exercice a été testé dans une classe de 5ème ainsi que dans une classe de 2nde. Les passations au sein de ces deux classes ont été légèrement différentes : en effet, compte tenu du format de question des deux premiers items de cet exercice, il a été demandé aux élèves de la classe de cinquième d'expliquer leur choix. Le temps moyen de résolution a été de 4 à 5 minutes en seconde, contre 20 minutes en moyenne pour la classe de 5ème : La formulation des explications demandée en 5ème a bien sûr nécessité plus de temps, ce qui ne permet pas de comparer les temps de résolution.

- **Résultats à la question 1**. En classe de cinquième, la première question a été très massivement réussie et les arguments donnés sont du style suivant :









Seuls deux élèves de 5ème ont donné la réponse C et n'ont probablement pas vu la différence de niveau de grisé. Pour eux "gris" est entre "blanc" et "noir" et donc le papier utilisé correspond à du papier 50 :

> Je pense que c'est le papier 50 car le papier 0 est blanc et le papier 100 est noir, le papier 50 est entre les deux.

17 élèves ont réussi la question 1. L'erreur commise par 7 élèves (réponse C) est due à une lecture trop superficielle de l'énoncé, une prise d'informations incomplète : les images présentées dans l'énoncé constituent les principales informations, mais les élèves ont peut-être privilégié le texte.

- **Résultats à la question 2**. Pour cette deuxième question, un peu plus de la moitié des élèves de cinquième a convenablement identifié la réponse D. Ils ont souvent bien expliqué le choix du papier et du crayon mais la justification du segment a été parfois plus délicate. Certains ont cependant fait explicitement référence aux abscisse et/ou ordonnée comme dans la deuxième réponse présentée ci-dessous.

> car c'est un papier 0 car il est blanc. Et sa mesure est 208080 car le premier point du segment est a 20(bas) 80(haut) et le dernier point est a 80(bas) 60(haut).

> Car le papier était le même que dans l'exemple (c'est à dire 0). Le crayon est le même que dans le dernier exemple (c'est à dire 100). Pour la ligne, c'est 20-80 car on commence par les abscises.

> Pourquoi avez-vous fait ce choix ? Je fait ce choix car papier 100 doit être noir or il est blanc donc ce n'est ni A ni C il reste B et D les lignes ne correspondes pas à B donc c'est D

> Pourquoi avez-vous fait ce choix ? parceque dans ce logiciel l'absice vien avant l'ordoné et le papier est blanc donc papier 0 le crayon noir donc crayon 100 et le début du tracé commence a 20-80 jusqu'a 80-60

Tous les autres élèves ont donné la réponse B avec, pour une majorité d'entre eux des explications faisant apparaître une confusion entre abscisse et ordonnée.

> Je pense que c'est la réponce B car c'est le "papier 0" (blanc avec un segment), c'est "crayon 100 (segment)" et "ligne 80206080" (1er point [gauche] -> 80-20/2e point [droite] -> 60-80)

> Pourquoi avez-vous fait ce choix ? Car le trait par de (80;20) à (60;80)

Notons qu'aucun élève n'a choisi les réponses A ou C, certains ont d'ailleurs expliqué pourquoi ces deux réponses pouvaient être écartées.

Dans la classe de seconde, 11 élèves ont donné la réponse D (bonne réponse), contre 13 pour la réponse B, qui correspond à l'inversion entre abscisse et ordonnée. Cette erreur est peut-être due au

changement de variation de la fonction affine. Les élèves lisent sans doute chronologiquement (la réponse A est écartée à cause du 100, la réponse B est alors acceptée sans étudier les autres propositions)
Les élèves de cette classe n'ont pas travaillé les Q.C.M. durant l'année, leur processus de résolution n'est sans doute pas de lire toutes les propositions et de prendre du recul par rapport à celles-ci ; ils n'adoptent pas l'attitude critique vis-à-vis des réponses, qui consisterait à éliminer d'abord les papiers 100, puis à observer les deux autres réponses, leurs différences…avant de valider une réponse. Les élèves testés n'ont pas de stratégies de résolution des QCM…Elle serait à travailler, dès le collège.

- **Résultats à la question 3**.

Pour cette dernière question, qui nécessitait de comprendre la consigne " Répéter ", près des trois quarts des élèves de $5^{ème}$ ont très convenablement écrit les commandes nécessaires pour générer le motif proposé.
Tout comme dans l'exercice précédent, les élèves se sont très bien investi dans cet exercice et seul un élève n'a pas répondu à la dernière question. La majorité de ces élèves de $5^{ème}$ ont trouvé l'exercice facile, en exprimant toutefois la crainte de le percevoir ainsi alors qu'il ne l'était peut–être pas ! Ils n'ont pas eu l'impression d'avoir fait un exercice de mathématiques, sauf à la seconde question où ils ont précisé avoir " reconnu " les coordonnées d'un point dans un repère.

En classe de seconde, beaucoup de réponses approximatives ont été données. Les élèves ont des idées, mais ne les exposent pas rigoureusement.
Il est à noter que cette classe n'était quasiment jamais allée travailler en salle informatique. On peut supposer que si les élèves étaient plus familiers du matériel informatique, du fonctionnement d'un tableur, etc., ils verraient l'exigence de l'ordre des mots, des accolades…et comprendraient que si on ne donne pas les instructions correctement, le logiciel ne répond pas.
Dans l'ensemble cependant, les élèves ont apprécié l'exercice, qu'ils ont qualifié "*d'intéressant*", "*un peu bizarre mais amusant*", "*logique, même si on ne connaît pas l'informatique*".

4.3 Exercice "Irrigation"

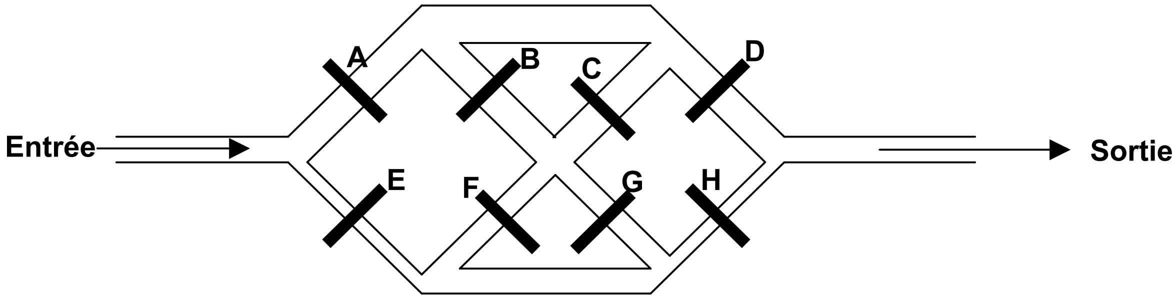
Cet exercice a été testé sur une classe de seconde de 29 élèves, d'un assez bon niveau. Le temps moyen mis par les élèves pour résoudre l'exercice est de 5 à 6 minutes.

IRRIGATION

Le schéma ci-dessous représente un système de canaux destiné à l'irrigation de parcelles cultivées. Les vannes A à H peuvent être ouvertes ou fermées pour amener l'eau là où elle est nécessaire. Quand une vanne est fermée, l'eau ne passe pas.

Dans ce problème, il s'agit d'identifier une vanne qui est bloquée, empêchant l'eau de s'écouler au travers du système de canaux.

Schéma 1 : Un système de canaux d'irrigation



Michel a remarqué que l'eau ne s'écoulait pas toujours là où elle était censée le faire.

Il pense qu'une des vannes est bloquée en position fermée, de sorte qu'elle ne s'ouvre pas, même lorsqu'on en commande l'ouverture.

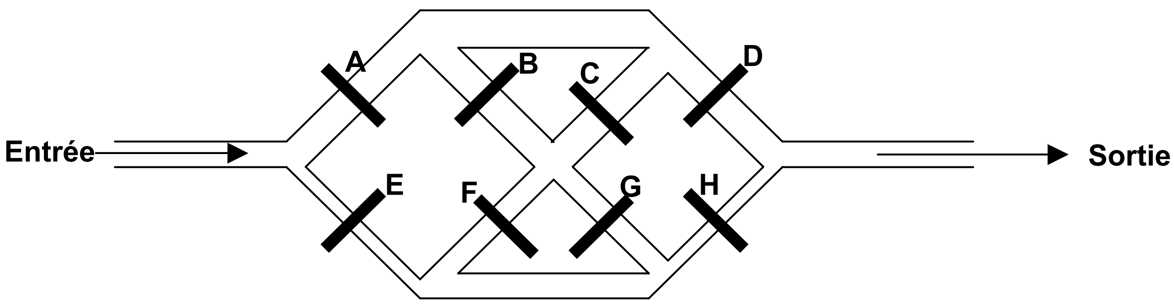
Question 1 - IRRIGATION

Michel utilise les réglages présentés par le tableau 1 pour tester le fonctionnement des vannes.

Tableau 1 : Réglages des vannes

A	B	C	D	E	F	G	H
Ouverte	Fermée	Ouverte	Ouverte	Fermée	Ouverte	Fermée	Ouvert

Compte tenu des réglages qui figurent au tableau 1, et en supposant que toutes les vannes fonctionnent correctement, tracez **sur le schéma ci-dessous** tous les chemins possibles par où l'eau peut s'écouler.



- **Résultats à la question 1.**

27 élèves sur 29 ont bien répondu à cette première question : les élèves ont la possibilité de faire des essais, de suivre le trajet de l'eau. Le schéma ressemble à la représentation d'un labyrinthe, dans lequel on peut circuler, faire demi tour lorsqu'on se heurte à une cloison, etc. Ces "labyrinthes" sont utilisés en cours de mathématiques et également dans les jeux vidéos. Ils testent des compétences de logique, la structure consécutive : " si…..alors…. " , -si la vanne est ouverte, alors l'eau passe-, fréquemment rencontrée en mathématiques.

Question 2 - IRRIGATION

Michel s'aperçoit que, quand les vannes sont réglées comme indiqué dans le tableau 1, il n'y a pas d'eau qui s'écoule à la sortie, indiquant qu'au moins une des vannes réglées en " position ouverte " est en fait bloquée en position fermée.

Pour chacune des pannes décrites ci-dessous, indiquez si l'eau s'écoulera jusqu'à la sortie. Entourez " Oui " ou " Non " pour chaque panne.

Panne	L'eau s'écoulera-t-elle jusqu'à la sortie ?
La vanne **A** est bloquée en position fermée. Toutes les autres vannes fonctionnent correctement selon les réglages du tableau 1.	Oui / Non
La vanne **D** est bloquée en position fermée. Toutes les autres vannes fonctionnent correctement selon les réglages du tableau 1.	Oui / Non
La vanne **F** est bloquée en position fermée. Toutes les autres vannes fonctionnent correctement selon les réglages du tableau 1.	Oui / Non

- **Résultats à la question 2.**

Cette question qui dépend de la précédente a, elle aussi, obtenu de très bons résultats ; les compétences se situent moins autour de l'expérimentation mais font appel à l'observation (observer l'écoulement de l'eau), puis à la critique d'affirmations. Ces compétences semblent parfaitement maîtrisées en seconde.

Question 3 - IRRIGATION

Michel veut pouvoir tester si la **vanne D** est bloquée en position fermée.

Dans le tableau ci-dessous, indiquez comment devront être réglées les vannes pour savoir si la **vanne D** est bloquée en position fermée alors qu'on l'a réglée en " position ouverte ".
Réglages des vannes (" Ouverte " ou " Fermée " pour chacune)

A	B	C	D	E	F	G	H

- **Résultats à la question 3.**

Les bonnes réponses doivent faire apparaître les réglages suivants : les vannes A et E ne doivent pas être toutes les deux fermées ; D doit être ouverte ; H ne peut être ouverte que si l'eau ne peut pas l'atteindre (par ex., si les réglages des autres vannes empêchent l'eau d'atteindre H). Sinon, H doit être fermée.
Ex : H est fermée, toutes les autres vannes sont ouvertes.

Cette question fait appel à la prise d'initiatives. Au sein de ce groupe d'élèves peu nombreux, on constate une richesse des démarches adoptées (6 propositions différentes).
Les compétences évaluées ici interviennent dans toute activité mathématique de découverte : on essaie, on propose, on teste, on valide ou non, on critique…On utilise des raisonnements déductifs ou inductifs.
L’erreur principale (vanne D fermée) résulte sans doute d’une difficulté de compréhension de la phrase de l'énoncé " savoir si… alors que… " : en effet, dans cette phrase, l’information mentionnée après le " alors que " est un postulat, confusion probable avec l'habituel " si…alors… " qui donne une conséquence après le " alors ".

Sur l'ensemble de l'exercice, l'opinion des élèves est positive : "*C’est un travail de logique intéressant*", "*On se sent utile car il s'agit de réparer des vannes*", "*Exercice agréable, facile", "Exercice à mettre en bonus".*
Les élèves ont pris plaisir à résoudre cet exercice, il semble que cet intérêt soit fortement lié à leur réussite. On constate une corrélation certaine entre " intérêt, plaisir, image de soi " et la réussite ; ceci prouve qu’il est nécessaire de proposer aux élèves des exercices motivants, concrets, dans lesquels on leur laisse prendre des initiatives, et qui soient "abordables" pour éviter les blocages.

CHAPITRE 7 – ÉVALUATION DE LA "COMPRÉHENSION DE L'ÉCRIT" DANS PISA

1. Définition officielle

La définition officielle de la " compréhension de l'écrit " dans PISA (traduction littérale de R*eading Litteracy*) est la suivante : " Comprendre l'écrit, c'est non seulement comprendre et utiliser des textes écrits, mais aussi réfléchir à leur propos. Cette définition implique la compréhension et l'utilisation de l'écrit mais aussi la réflexion à son propos à différentes fins. Cette capacité devrait permettre à chacun de réaliser ses objectifs, de développer ses connaissances et son potentiel et de prendre une part active dans la société. "
Cette définition s'inscrit dans la perspective d'une construction progressive et évolutive d'un ensemble dynamique de connaissances, de compétences et de stratégies.

Le programme PISA ne cherche pas à déterminer si les élèves de 15 ans lisent à une vitesse suffisante ou orthographient bien les mots, ni à évaluer leur taux de réussite à des items mesurant la reconnaissance des mots ou le décodage. Il considère que les élèves doivent être capables de dégager le sens de ce qu'ils ont lu, de le développer, d'y réfléchir et d'utiliser la lecture à différentes fins pour atteindre leurs objectifs.

2. Le cadre d'évaluation 2003

2.1 Les supports d'évaluation

En compréhension de l'écrit, comme dans les autres domaines évalués par PISA, les supports d'évaluation ne sont pas uniquement ceux habituellement utilisés dans les classes en France. PISA vise à évaluer des capacités à mobiliser et appliquer des connaissances dans des situations proches de la vie quotidienne et parfois très éloignées de celles rencontrées dans le cadre scolaire. La formulation et le contenu des questions dans PISA a pu surprendre les élèves français.
Les trois facteurs suivants sont considérés comme des éléments importants du processus de compréhension de l'écrit et ont été pris en compte lors de la conception des items :

- la situation de lecture,
- la structure du texte,
- les caractéristiques des questions posées.

Les situations de lecture sont classées en fonction des usages auxquels les textes sont destinés : à usage privé (une lettre personnelle, par exemple), à usage public (un document officiel, par exemple), à usage professionnel (un rapport, par exemple) ou à usage éducatif (lecture scolaire, par exemple).
Les formats d'écrit retenus sont des textes continus, c'est-à-dire des textes en prose, textes narratifs, descriptifs et argumentatifs ; et des textes non continus, c'est-à-dire des diagrammes, des formulaires ou des listes.
Une première répartition des questions, ouvertes ou fermées, a été affinée pour les besoins d'analyse et plusieurs formats de questions ont été définis : questionnaire à choix multiples, question en vrai/faux, question demandant une réponse courte, question demandant une réponse longue et question qui demande un tracé sur un support (par exemple, situer sur un plan un élément demandé).

2.2 Les compétences évaluées

Trois compétences sont évaluées en compréhension de l'écrit. La compétence " **s'informer** " suppose que les élèves sont capables de puiser les informations pertinentes dans un ou plusieurs documents et de les organiser. Dans les tâches les plus difficiles, cette compétence suppose la capacité de suppléer l'information manquante.

La compétence " **interpréter** " implique l'aptitude à synthétiser et à mettre en perspective afin de construire le sens général du texte proposé ou le sens particulier d'une phrase dans son contexte.

La compétence " **réagir** " exige que le texte soit analysé du point de vue de sa forme et de son contenu, et qu'il fasse en quelque sorte l'objet d'un effort d'appropriation de la part du lecteur.

La réalisation de ces trois compétences repose sur la mise en œuvre d'opérations cognitives de niveau plus ou moins élevé. Dans ces trois compétences, les tâches retenues sont plus ou moins complexes en fonction des supports, du nombre d'éléments requis, du nombre de critères permettant de sélectionner ces éléments et du type de format des questions choisi.

L'enquête PISA privilégie la notion de lecture pour apprendre et non celle de l'apprentissage de la lecture. C'est la raison pour laquelle les compétences les plus élémentaires des élèves en lecture sont exclues de l'évaluation. Les élèves du plus bas niveau de PISA peuvent être capables de lire au sens technique du terme, mais pas d'utiliser ce qu'ils ont lu pour répondre correctement aux questions posées.

3. Résultats français

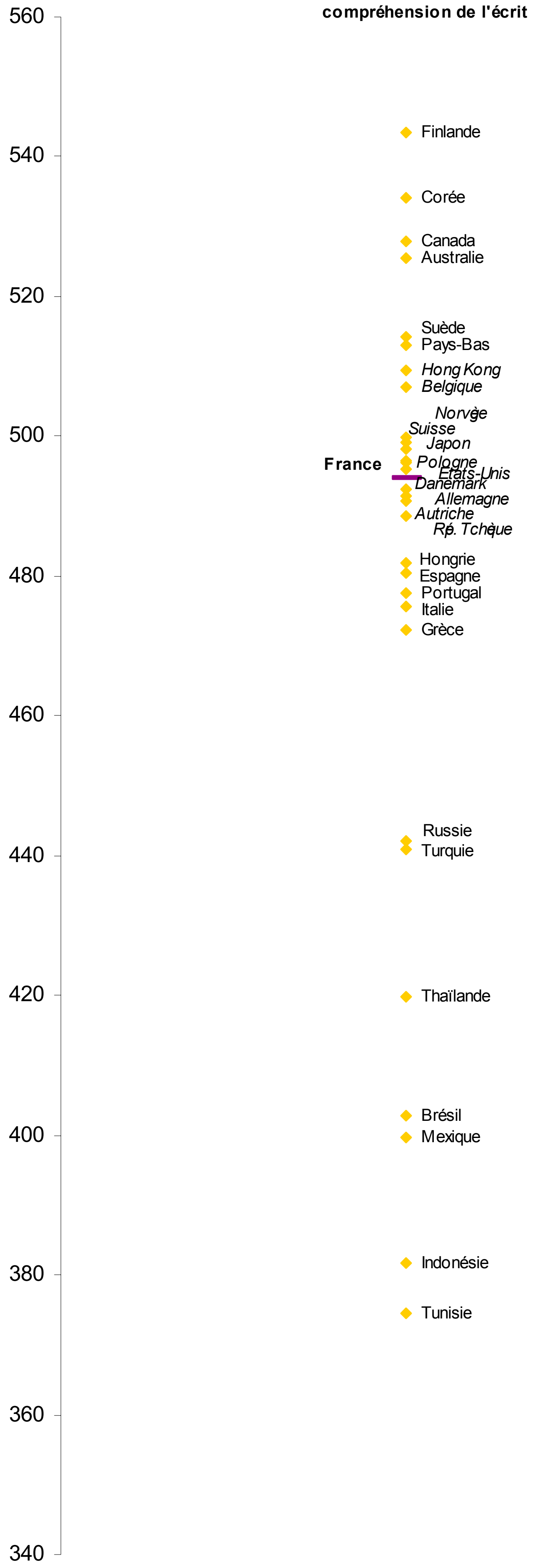
3.1 Résultats français globaux

En 2003, la compréhension de l'écrit n'entrait que pour une faible part dans l'évaluation des acquis avec 28 items sur les 166 des épreuves PISA, alors qu'en 2000 elle était domaine majeur avec 141 items. Tous les items de 2003 sont issus de l'évaluation de 2000 pour assurer la comparabilité dans le temps, ce qui explique qu' aucun de ces items n'est libre de publication. Cependant, des exemples d'items de compréhension de l'écrit libres de diffusion sont consultables dans le n°137 de novembre *2002* (p 93 à 125) de la publication du Ministère de l'Education nationale : *Les dossiers,* et sur le site Internet de la DEP http://www.educ-eval.education.fr/

Entre les évaluations 2000 et 2003, il n'apparaît aucune variation significative en moyenne pour la France et pour les pays de l'OCDE. En 2003, le score de la France est de 496 points ; en 2000, il était de 505 points. La France, comme onze autres pays, se situe dans la moyenne des pays de l'OCDE (cf. **graphique 1 du classement des pays** en page suivante : les pays indiqués *en italiques* ont un score non significativement différent de celui de la France. La moyenne des pays de l'OCDE est représentée par le trait horizontal.)

Comme en 2000, les pays anglo-saxons et ceux de l'Europe du Nord obtiennent globalement des résultats au-dessus de la moyenne des pays de l'OCDE, alors que les pays de l'Europe de l'Est et du Sud réussissent moins bien. La Finlande obtient, comme en 2000, les meilleurs résultats avec un score de 543 points.

Graphique 1 : classement des pays en compréhension de l'écrit en 2003



3.2 Résultats français par compétences

Le score moyen de réussite dans chacune des trois compétences de la compréhension de l'écrit est de 63,6 % en France comme il est en moyenne de 63 % dans les pays de l'OCDE, . La compétence " interpréter " est la mieux réussie par les élèves français avec des scores de 60 à 90 % aux items évaluant la compréhension globale d'un texte. La compétence " réagir " comprend un faible nombre d'items, ce qui incite à la prudence quant à l'interprétation de cette dimension.

3.3 Pourcentages d'élèves français dans les six niveaux de performances

Comme en 2000, les résultats des élèves français restent peu dispersés sur l'échelle des 6 niveaux de compétence. L'échelle de compréhension du cycle 2003 est " ancrée " aux résultats du cycle PISA 2000. Cette échelle a été découpée en 6 groupes, définis par leur score à l'évaluation. A chaque groupe correspond une probabilité de réussir certains items. On peut ainsi attribuer à chaque groupe un profil particulier de compétences en compréhension de l'écrit. Les seuils choisis et la description du profil des élèves de chaque groupe n'ont pas de valeur normative. Le degré de difficulté théorique des tâches, établi par des panels d'experts a été validé de manière empirique, sur la base des résultats des élèves dans les pays participants.

Pourcentages d'élèves dans chaque niveau de performance en compréhension de l'écrit

	Groupe 0 score inférieur à 335 points	Groupe 1 score entre 335 et 407	Groupe 2 score entre 408 et 480	Groupe 3 score entre 481 et 552	Groupe 4 score entre 553 et 625	Groupe 5 score supérieur à 625 points
France	6,3 %	11,2 %	22,8 %	29,7 %	22,5 %	7,4 %
OCDE	6,7 %	12,4 %	22,8 %	28,7 %	21,3 %	8,3 %

Les élèves des **niveaux les plus bas** (groupes 0 et 1) ont un score inférieur à 408 points. Ils représentent 17 % des élèves en France et 18 % des élèves, en moyenne, dans les pays de l'OCDE.
En 2000, les deux groupes des " bas niveaux " représentaient 15 % des élèves en France et 18 % des élèves, en moyenne, dans les pays de l'OCDE.
La plupart de ces élèves sont vraisemblablement capables de lire dans l'acception technique du terme mais éprouvent de sérieuses difficultés à utiliser la lecture comme un outil pour étendre et améliorer leurs connaissances et leurs compétences dans d'autres domaines. Ils ne sont pas capables de mettre couramment en œuvre les connaissances et les compétences les plus élémentaires que PISA cherche à mesurer.

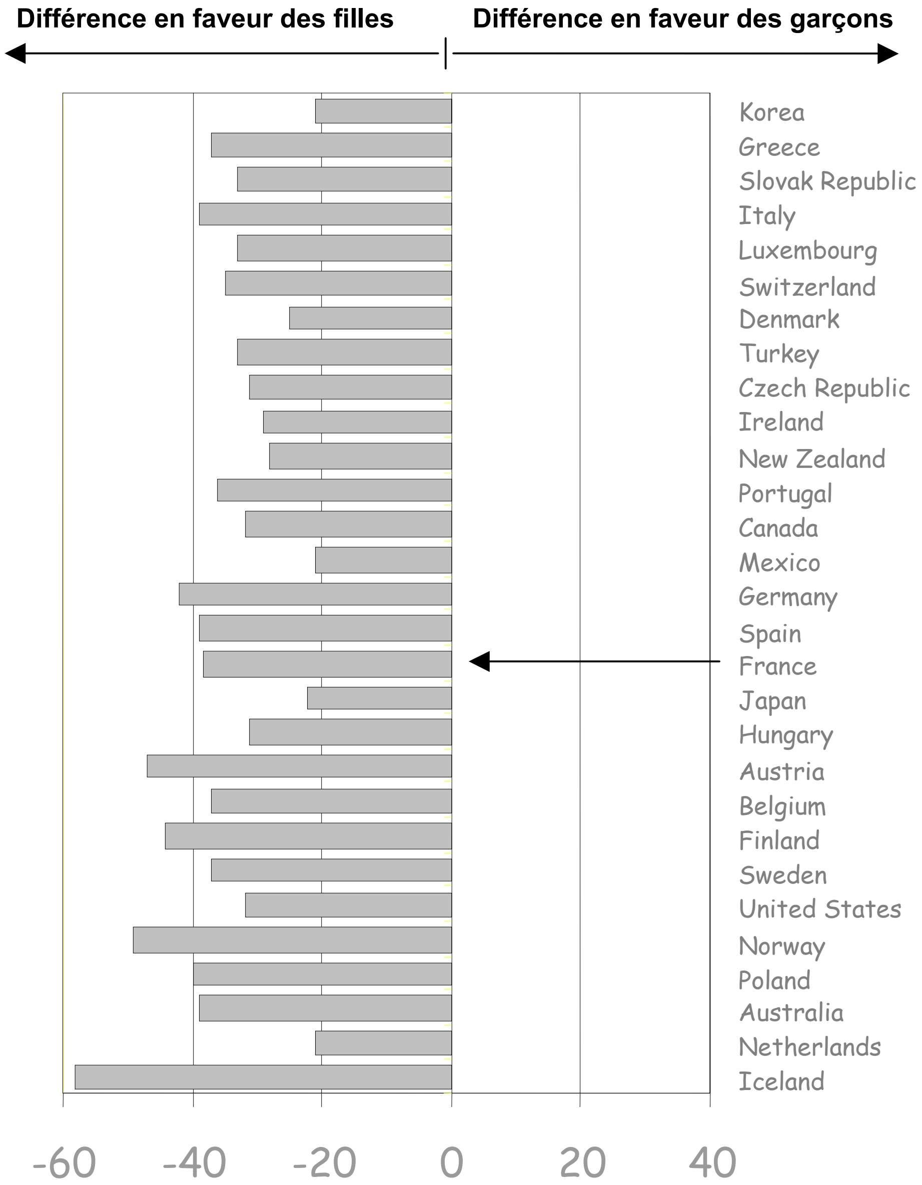
A l'autre extrémité de l'échelle, les élèves du **niveau le plus élevé** (groupe 5) ont un score supérieur à 625 points. Ils représentent 7,4 % des élèves français et 8,3 %, en moyenne, des élèves des pays de l'OCDE. Plus de 12 % des élèves d'Australie, de Belgique, du Canada, de Finlande et de Corée sont classés dans ce groupe.
Ces élèves sont capables de mener à bien des tâches de lecture complexes, de procéder à des évaluations critiques, d'élaborer des hypothèses et de recourir à des connaissances spécialisées.

3.4 Différences de performances très importantes entre filles et garçons

Le graphique 2 ci-dessous représente, pour chaque pays de l'OCDE, les différences de scores en compréhension de l'écrit, entre les filles et les garçons.

En compréhension de l'écrit, les scores moyens des filles sont supérieurs à ceux des garçons, en France comme dans l'ensemble des pays de l'OCDE et en 2003 comme en 2000. Cette supériorité est conforme aux résultats d'autres enquêtes portant sur les mêmes classes d'âge.

Graphique 2: différences de scores moyens entre filles et garçons en compréhension de l'écrit (exprimées en points) pour les 29 pays de l'OCDE



Le score moyen des filles correspond au **niveau 3** et celui des garçons au **niveau 2**. Seuls deux items sur vingt-cinq sont mieux réussis par les garçons.

Pourcentages de filles et de garçons dans le plus bas et le plus haut niveau de performance en compréhension de l'écrit en 2003				
	Groupe 0 score inférieur à 335		Groupe 5 Score supérieur à 625	
	filles	garçons	filles	garçons
France	3,6 %	9,3 %	9,9 %	4,6 %
OCDE	4,1 %	9,2 %	10,6 %	6,1 %

L'analyse des groupes 0 et 5 de l'échelle de performances permet de mieux appréhender les écarts de performance puisqu'ils se creusent aux deux extrêmes.
Les filles, à niveau de performances équivalent, obtiennent de meilleurs résultats quand la réponse attendue doit être construite et rédigée.
En France, les différences de performances semblent importantes pour la compétence " réagir " et dans une moindre mesure pour la compétence " interpréter ". La réussite à ces deux compétences nécessite de rédiger des réponses plus longues que pour la compétence " s'informer ".

4. Conclusion

En 2003, le cycle d'évaluation a accordé moins de temps de test à la compréhension de l'écrit qu'en 2000, domaine majeur d'évaluation. Les résultats de 2003 permettent de rendre compte de l'évolution de la performance globale mais pas de procéder à une analyse approfondie des savoirs et savoir-faire acquis par les élèves. En 2006, la compréhension de l'écrit restera un domaine mineur et c'est en 2009 qu'elle sera à nouveau domaine majeur du cycle PISA, autorisant alors des comparaisons plus solides avec le cycle 2000.

CHAPITRE 8 – ÉVALUATION DE LA "CULTURE SCIENTIFIQUE" DANS PISA

1. Définition officielle

La définition officielle de la " culture scientifique " (traduction littérale de *scientific litteracy*) est la suivante : " la culture scientifique est la capacité d'utiliser des connaissances scientifiques pour identifier les questions auxquelles la science peut apporter une réponse et pour tirer des conclusions fondées sur des faits, en vue de comprendre le monde naturel ainsi que les changements qui y sont apportés par l'activité humaine et de contribuer de prendre des décisions à leur propos. "
Il ne s'agit donc pas, tout comme pour les autres domaines évalués dans PISA (" culture mathématique " par exemple), de comprendre le mot " culture " comme un ensemble important de connaissances acquises, mais davantage comme la capacité à **mobiliser et utiliser** ses connaissances, qui peuvent être relativement simples.

2. Le cadre d'évaluation 2003

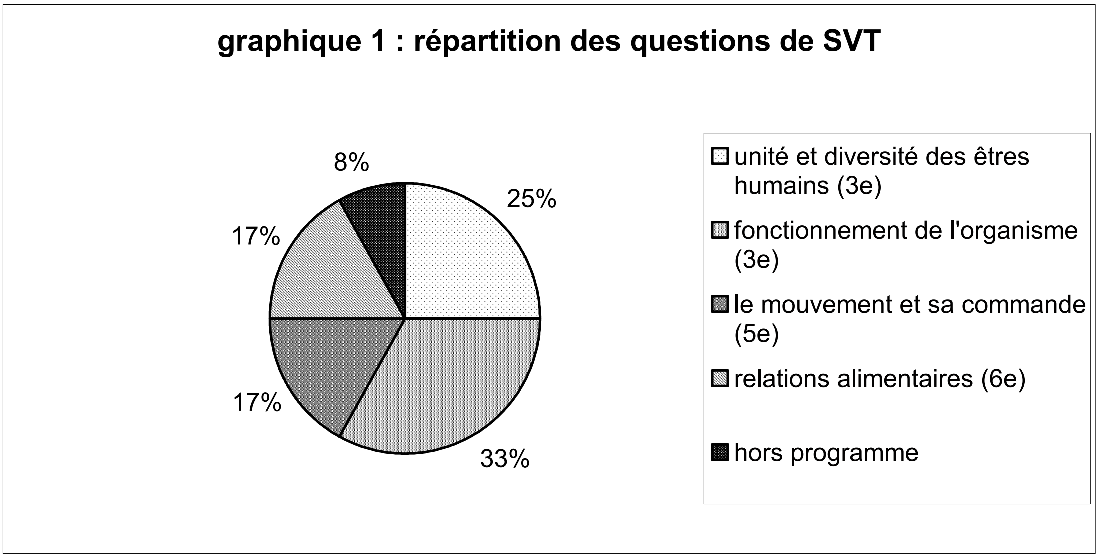
2.1 Les supports d'évaluation

Les supports d'évaluation ne sont pas ceux habituellement utilisés dans les classes en France. Ce sont des situations rencontrées dans la vie quotidienne, des problèmes environnementaux locaux ou globaux, des exercices sur les technologies liées à l'énergie… Dans ces situations proposées, les deux disciplines de sciences expérimentales (sciences physiques et chimiques et sciences de la vie et de la Terre) peuvent être concernées simultanément, alors que dans l'enseignement français elles sont abordées séparément. On note également que certains sujets se rattachent parfois plus à la géographie qu'aux sciences proprement dites.
En outre, la formulation et le contenu des questions dans PISA a pu surprendre les élèves français.

2.2 Correspondance avec les programmes de collège et de seconde du lycée

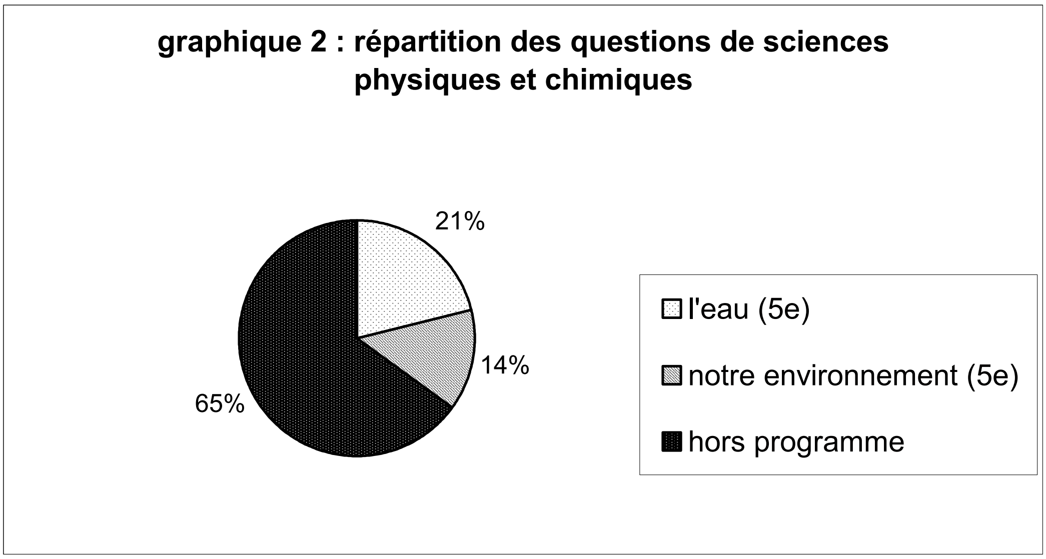
De nombreuses questions portent sur des sujets qui ne figurent pas dans les programmes officiels de sciences en France ; certains d'entre elles font simplement appel à des connaissances de la vie quotidienne.
Les graphiques ci-dessous montrent, en proportion, la correspondance des thèmes abordés dans PISA avec les programmes de sciences enseignés en France aux élèves de 15 ans :

<u>**Questions de sciences de la vie et de la Terre**</u> :



Ce graphique montre qu'une partie importante, un tiers environ, des questions correspond à des sujets abordés dès le début du collège, en sixième et en cinquième.

Questions de sciences physiques et chimiques :



Ce graphique montre qu'une majorité des questions abordent des sujets qui ne sont pas traités dans les programmes de sciences physiques et chimiques, cependant certains d'entre eux sont enseignés en histoire et géographie, les sources d'énergie notamment.

2.3 Les compétences évaluées dans PISA

Trois grandes compétences sont évaluées dans PISA :

- *"Décrire expliquer et prédire des phénomènes scientifiques"*. Il s'agit de mobiliser directement, utiliser ou appliquer des savoirs. Il arrive parfois que les savoirs concernés ne soient pas enseignés à nos élèves car ne faisant pas partie des programmes français.
- *"Comprendre des investigations scientifiques "*: cette compétence correspond aux étapes du " début " de la démarche scientifique. Les élèves doivent en effet mener une démarche d'investigation, de recherche, de formulation d'hypothèses (démarche créative, demandant de l'imagination) et de compréhension de protocoles. Il s'agit de raisonner.
- *"Interpréter des faits et des conclusions scientifiques ":* cette compétence correspond aux étapes qui " terminent " la démarche scientifique. Les élèves doivent alors interpréter des résultats, des données et tirer des conclusions. Il s'agit d'un autre champ du raisonnement.

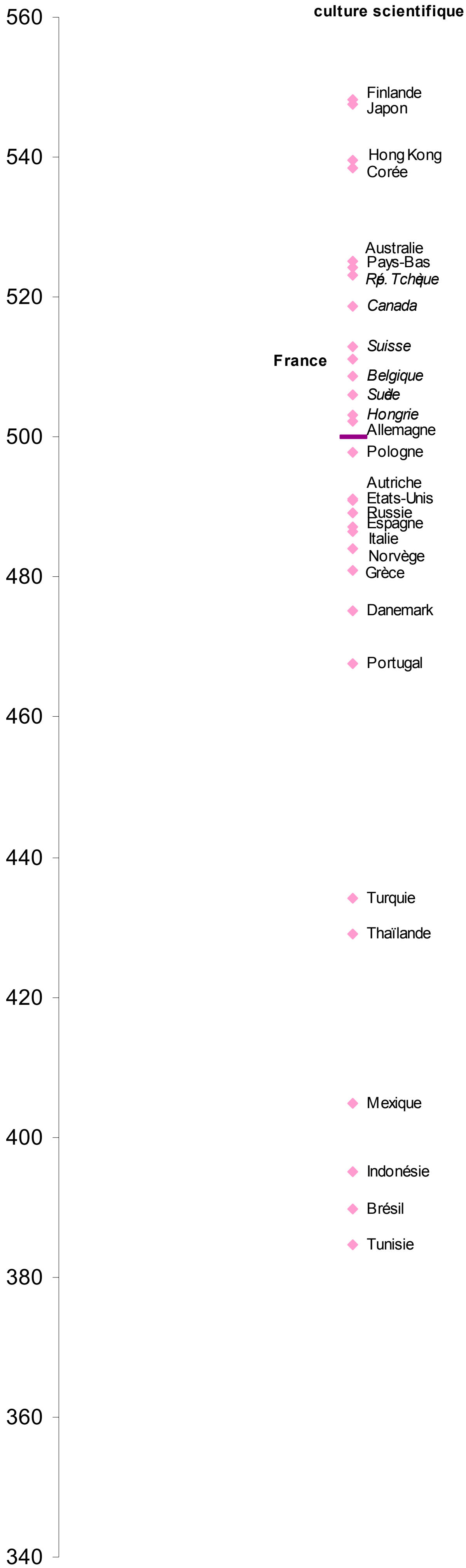
Sur trente-quatre questions, huit, soit environ un quart, sont nouvelles, les autres sont intégralement reprises de l'évaluation 2000. Les nouvelles questions de 2003 font davantage appel au raisonnement scientifique que ceux de PISA 2000.

3. Résultats français

3.1. Résultats français globaux

Le **classement des pays en culture scientifique** est représenté sur le graphique 3 en page suivante. Les pays indiqués *en italiques* ont un score non significativement différent de celui de la France. La moyenne des pays de l'OCDE est représentée par le trait horizontal.

Graphique 3 : classement 2003 des pays en culture scientifique



On note une amélioration du score global français : 511 points en 2003 au lieu de 500 en 2000, ce qui place la France significativement au-dessus de la moyenne de l'OCDE (cf. graphique du classement des pays.) Rappelons que l'OCDE comprend 30 pays, dont la moyenne des scores est fixée à 500. L'amélioration du score moyen de la France est principalement due à la réussite aux huit items nouveaux mais également à une légère amélioration du taux de réussite aux items repris de 2000.
Le fait marquant observé chez les élèves français en 2000 était le taux de non-réponse élevé aux questions ouvertes ; en 2003 il y a moins d'écart par rapport au taux moyen de non-réponse de l'OCDE et de plus le taux de réussite s'est amélioré. (cf. tableau)

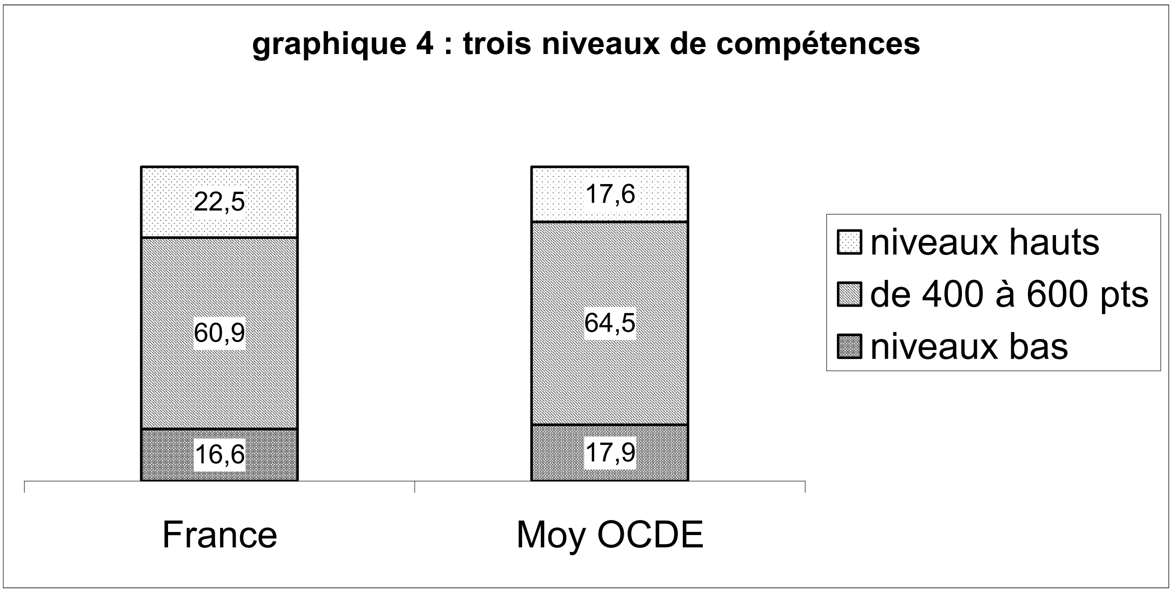
Comparaison 2000 / 2003 des questions ouvertes (11 questions)

	taux de non-réponses FRANCE	*taux de non-réponses OCDE*	taux de réussite FRANCE	taux de réussite OCDE
2000	*25.5*	*20.8*	41.4	42.3
2003	*24.9*	*23.5*	44.9	40.3

3.2 Niveaux bas, niveaux hauts

Contrairement à la compréhension de l'écrit en 2000 et à la culture mathématique en 2003, en raison du petit nombre de questions de sciences, il pas été établi d'échelle de compétences. Il est toutefois possible de définir trois niveaux de compétences.
Les élèves qui obtiennent un score inférieur à 400 points sont classés en " niveau bas " 16,6 % des élèves français sont classés dans ce niveau, la moyenne de l'OCDE est de 17.9 % (cf. graphique). Ces élèves peuvent utiliser des savoirs simples (par exemple des noms, des faits, de la terminologie, des règles simples). Ils mobilisent des connaissances de la vie quotidienne pour conclure.

En France, 22.5 % des élèves sont classés en " niveau haut " (600 points et plus). Seuls 7 pays réussissent mieux que la France : par exemple l'Australie 23.7 %, la Finlande 29.2 %, la moyenne de l'OCDE étant de 17.6 %. Ces élèves peuvent généralement employer des modèles conceptuels, voire en créer, pour faire des prévisions ou pour donner des explications; pour analyser des investigations scientifiques afin de saisir, par exemple, la conception d'une expérience ou identifier une idée ; pour comparer des données dans le but d'analyser et de reconnaître des arguments scientifiques.



Ce graphique montre que le taux d'élèves français classés en niveau haut est supérieur à la moyenne de l'OCDE et que, par ailleurs, le taux d'élèves classés en niveau bas est inférieur à la moyenne de l'OCDE.

3.3 Résultats français par compétences :

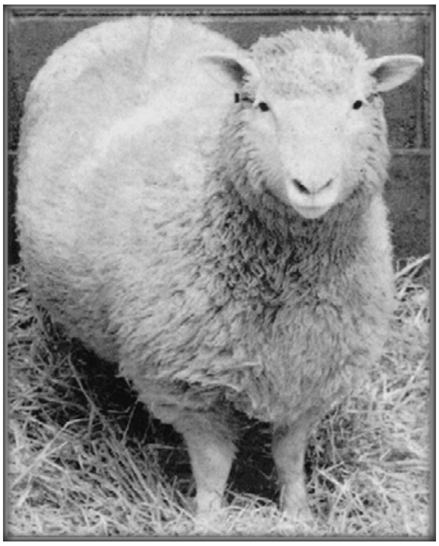
Dans la compétence "Décrire, expliquer et prédire des phénomènes scientifiques" qui s'appuie essentiellement une mobilisation des connaissances, la réussite des élèves français est importante lorsque ce savoir a été enseigné en classe.
C'est ce qu'illustre la question 1 de l'exercice " CLONAGE ", se rapportant au programme de la classe de troisième " Unité et diversité des êtres humains " :

Une machine à copier les êtres vivants ?

Aucun doute : s'il y avait eu des élections pour désigner l'animal de l'année 1997, Dolly les aurait remportées haut la main ! Dolly est la brebis écossaise que vous voyez sur la photo. Cependant, Dolly n'est pas une brebis quelconque : elle est le clone d'une autre brebis. Un clone signifie une copie conforme. Cloner signifie « copier à partir d'un original unique ». Les chercheurs ont réussi à créer une brebis (Dolly) identique à une autre brebis qui a servi d'« original ».

Le chercheur écossais Ian Wilmut a été le concepteur de ce mécanisme à copier les moutons. Il a prélevé un minuscule fragment de la mamelle d'une brebis adulte (brebis 1). De ce fragment, il a extrait le noyau, ensuite il a transféré ce noyau à l'intérieur de l'ovule d'une autre brebis (brebis 2). Il avait préalablement retiré de cet ovule tous les éléments qui auraient contribué à donner les caractéristiques de la brebis 2 à l'agneau qui en serait né. Ensuite, Wilmut a implanté cet ovule manipulé de la brebis 2 dans une troisième brebis (brebis 3). La brebis 3 est devenue pleine et a donné le jour à un agneau : Dolly.

Certains savants pensent que, dans quelques années, il sera également possible de cloner des êtres humains. Cependant, de nombreux gouvernements ont déjà établi des lois qui interdisent le clonage des humains.



Question 1 : CLONAGE

À quel mouton Dolly est-elle identique ?

A À la brebis 1.
B À la brebis 2.
C À la brebis 3.
D Au père de Dolly.

Résultats Question 1

	% de réussite	% de non- réponse
FRANCE	**72.8**	1.7
Moyenne OCDE	64.7	1.3

Question 2 : CLONAGE

S128Q02

Les lignes 15-16 décrivent la partie de mamelle utilisée par le chercheur comme « *un minuscule fragment* ». Le contenu de l'article permet de comprendre ce que veut dire ce « *minuscule fragment* ».

Le « *minuscule fragment* » est :

A une cellule.
B un gène.
C le noyau d'une cellule.
D un chromosome.

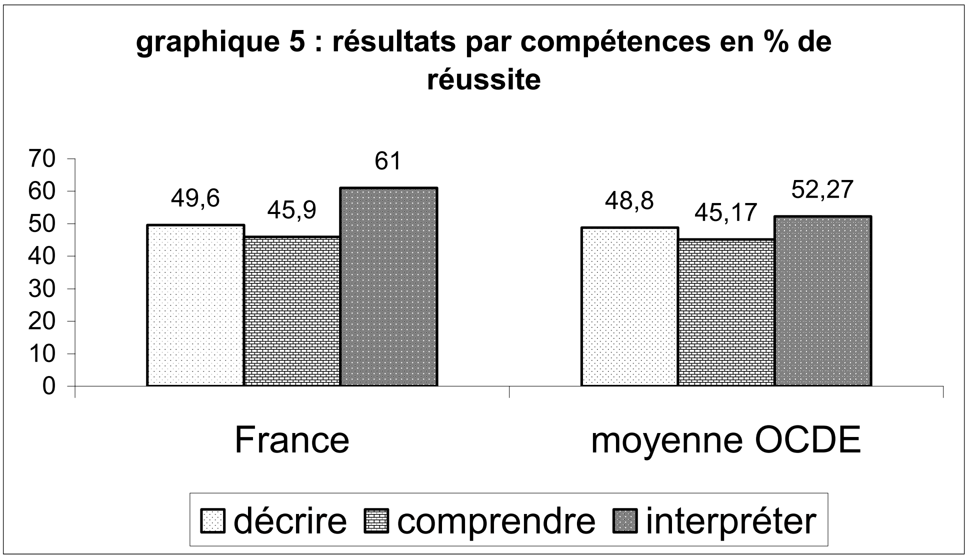
Résultats Question 2 :

	% de réussite	% de non-réponse
FRANCE	55 .7	1.5
Moyenne OCDE	48.7	1.3

Les questions posées dans PISA 2003 ne font pas appel systématiquement au programme de seconde ou de troisième, les élèves doivent mobiliser des connaissances acquises dans les classes de 4ème, 5ème et voire même 6ème, ce qui prouve que les savoirs sont bien réactivés. En revanche, dès qu'une question s'appuie sur un savoir scientifique hors programme, même s'il est repris très souvent par les médias, les scores français ne sont pas bons.

La compétence " Comprendre des investigations scientifiques " est la plus complexe à mettre en oeuvre, ce qui explique qu'elle est la moins bien réussie des trois compétences. Cependant, le taux de réussite des élèves français est presque toujours au-dessus de la moyenne de l'OCDE.

La compétence " Interpréter des faits et des conclusions " qui fait appel à d'autres champs du raisonnement, très souvent travaillés en classe, est celle qui est la mieux réussie par les élèves français. Pour la France, les cinq questions qui obtiennent un score d'au moins 10 points au-dessus de la moyenne de l'OCDE, relèvent de cette compétence.

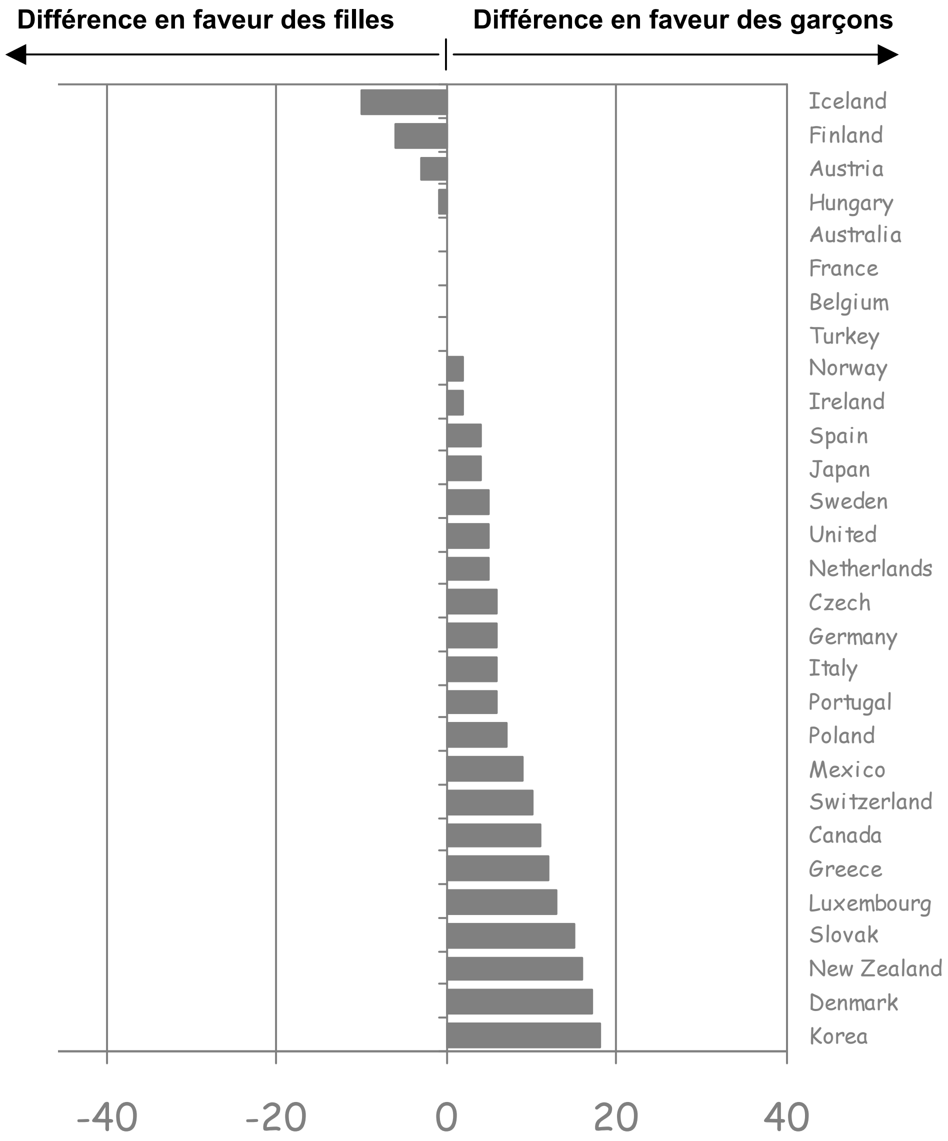


Ce graphique montre que c'est dans la compétence interpréter que les élèves français réussissent le mieux avec un pourcentage de réussite supérieur à la moyenne de l'OCDE.

3.4 Différence de scores entre filles et garçons, suivant les pays

Le graphique 6 ci-dessous représente, pour chaque pays de l'OCDE, les différences de scores en culture scientifique entre les filles et les garçons.
Dans l'ensemble des pays de l'OCDE, la différence de score entre filles et garçons est peu marquée. Elle est 6 points en moyenne, et elle n'est significative que dans 13 de ces pays ; la France fait partie des quelques pays où elle est inexistante.

Graphique 6 : différences de scores moyens entre filles et garçons en culture scientifique (exprimées en points) pour les 29 pays de l'OCDE



3.5 Les points forts des élèves français

Lorsque le support de la situation d'évaluation est un **tableau ou un graphique** le taux de non-réponse est faible, ce qui tend à indiquer que ce type de document est familier à nos élèves et qu'ils l'abordent en confiance. Tirer une conclusion scientifique à partir de tableaux est une activité bien réussie. Les élèves savent mettre en relation plusieurs documents, même s'ils sont de nature différente pour répondre à la question. Face à des descriptions de protocoles expérimentaux, les élèves savent interpréter et conclure car ils rencontrent cette situation en classe. Les trois questions

pour lesquelles les élèves français se classent au premier ou second rang de l'OCDE se situent dans une compétence qui fait appel au raisonnement : "interpréter des faits et des conclusions".
La compétence interpréter recouvre des champs du raisonnement proches en culture mathématique et en culture scientifique mais qui sont différents de ceux que l'on met en œuvre dans la compréhension de l'écrit. Cette compétence est prise en compte dans l'enseignement des sciences et des mathématiques au collège alors qu'elle n'est pas abordée avant le lycée en français.

3.6 Les points faibles des élèves français

Les élèves français montrent un manque de précision dans l'analyse d'un document, ils font une analyse davantage qualitative que quantitative : leurs réponses ne sont pas appuyées de chiffres ou de données prélevées dans le document. Il leur arrive parfois de répondre en utilisant leurs représentations mentales au lieu de faire un calcul. Les élèves ont également des difficultés dans la recherche d'hypothèses expérimentales, qui fait appel à l'imagination, ou de facteurs pouvant influer sur une expérience, cependant les scores obtenus à ces items restent supérieurs à la moyenne de l'OCDE. Les scores inférieurs à la moyenne de l'OCDE correspondent essentiellement aux questions qui nécessitent un recours à un savoir non ou peu enseigné.

3.7 Hypothèses explicatives

Au collège et au début du lycée, les élèves n'ont pas l'habitude d'étayer leurs réponses par des données, en effet c'est une démarche qui n'est pas vraiment développée dans ces deux niveaux.
Pour certains items, les mauvais scores sont peut-être dus fait que les élèves font une lecture incomplète ou peu rigoureuse de l'énoncé.
C'est, semble-t-il, le cas pour la question 2 de l'exercice " Durée du jour " :

DURÉE DU JOUR LE 22 JUIN 2002

Aujourd'hui, tandis que les habitants de l'hémisphère Nord célèbrent leur jour le plus long, les Australiens vont connaître leur journée la plus courte.

À Melbourne*, en Australie, le Soleil se lèvera à 7h36 et se couchera à 17h08, offrant neuf heures et trente-deux minutes de jour.

Comparez la journée d'aujourd'hui au jour le plus long de l'année dans l'hémisphère Sud, prévu le 22 décembre, où le Soleil se lèvera à 5h55 et se couchera à 20h42, offrant 14 heures et 47 minutes de jour.

Le président de la société d'astronomie, M. Perry Vlahos, a expliqué que l'existence des changements de saison entre les hémisphères Nord et Sud était liée à l'inclinaison de la Terre, qui est de 23 degrés.

*Melbourne est une ville du sud de l'Australie, située à une latitude d'environ 38 degrés au sud de l'équateur.

Question 2 : DURÉE DU JOUR

S129Q02 - 01 02 03 04 11 12 13 21 99

Le schéma représente les rayons du Soleil qui éclairent la Terre.

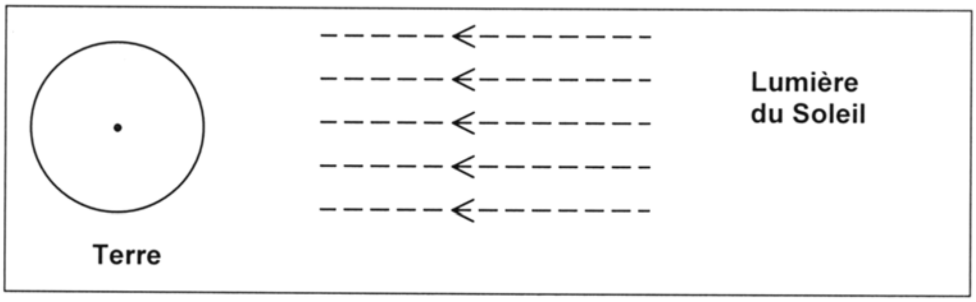


Schéma : rayons du Soleil

Supposez que ce soit le jour le plus court à Melbourne.

Représentez sur le schéma l'axe de la Terre, l'hémisphère Nord, l'hémisphère Sud et l'équateur. Donnez une étiquette à chacun de ces éléments.

Résultats question 2 :

	% de réussite	% de non- réponse
FRANCE	20.5	23.7
Moyenne OCDE	18.6	24.1

Pour cette question n°2 de très nombreux élèves ont fait un croquis scientifiquement correct en ce qui concerne l'emplacement de l'équateur et des hémisphères terrestres, mais l'axe, bien que comportant un angle correct, n'était pas incliné de telle façon que ce soit le jour le plus court à Melbourne. On peut donc penser que la première phrase de l'énoncé n'a pas été prise en compte.

Des hypothèses peuvent également être émises sur la manière dont les connaissances sont transmises aux élèves. En effet, il semble que lorsque les savoirs ont été acquis lors de séquences avec expériences en classe, ils sont plus facilement mobilisés.

La mise en place d'expériences permettant de tester une hypothèse scientifique et les conclusions que l'on peut tirer des résultats de ces expériences, donnés très souvent sous forme de tableaux, sont très bien assimilés par les élèves français. Ce constat suggère qu'il est profitable, dans les disciplines scientifiques au collège et au lycée de donner suffisamment de place à l'expérimentation par les élèves.

Cependant en ce qui concerne la formulation d'hypothèses, même si les élèves y sont familiarisés dans l'enseignement des sciences expérimentales, cette étape du raisonnement est probablement souvent menée collectivement, ce qui peut expliquer des résultats décevants bien qu'au-dessus de la moyenne de l'OCDE.

Liste des Annexes

Annexe 1 – Ressources Internet sur PISA

SITES INTERNET DE REFERENCE

- **Site PISA de l'OCDE (en anglais) :** http://www.pisa.oecd.org/
- **Site PISA de la DEPP (en français):** http://www.educ-eval.education.fr/pisa2003.htm

ACCES AUX EXERCICES PISA LIBRES DE DIFFUSION

http://www.educ-eval.education.fr/pisa3.htm : tous les exemples d'épreuves sont téléchargeables au format Pdf, dans les quatre domaines évalués par PISA :

- culture mathématique (58 pages)
- compréhension de l'écrit (68 pages)
- culture scientifique (23 pages)
- résolution de problèmes (23 pages)

Annexe 2 – Publications françaises sur PISA

- ***Sur les compétences des élèves en culture mathématique (dominante de PISA 2003)***

- BOURNY G., FUMEL S., MONNIER A-L et ROCHER T. Les élèves de 15 ans – Premiers résultats de l'évaluation internationale PISA 2003. Note d'évaluation de la DEP 04.12, décembre 2004. Intégralité du texte en ligne : http://www.educ-eval.education.fr/pdf/eva0412.pdf

- DUPÉ C. et OLIVIER Y. Ce que l'évaluation PISA 2003 peut nous apprendre. Le Bulletin vert de l'Association des Professeurs de Mathématiques, n°460, septembre - Octobre 2005.

- DUPÉ C. et OLIVIER Y. L'évaluation PISA. Le Bulletin vert de l'Association des Professeurs de Mathématiques, n°439, 2002.

Rapport de chercheurs

- IMBERT D., GILLET A-L., FLORIN A. Les déterminants cognitifs des acquis des élèves en mathématiques : "résolution de problèmes" et "culture mathématique". Université de Nantes, octobre2006.

- ***Sur les compétences des élèves en compréhension de l'écrit (dominante de PISA 2000)***

- BAUTIER E., CRINON J., RAYOU P., ROCHEX J-Y. Performances en littéracie, modes de faire et univers mobilisés par les élèves – Analyses secondaires de l'enquête PISA 2000. revue française de pédagogie, n°157,décembre 2006.

- BAUTIER E., CRINON J., RAYOU P., ROCHEX J-Y. Les performances en littéracie et l'hétérogénéité des univers mentaux mobilisés par les élèves. Revue Cadmo, Université de Rome III, 2006.

- BAUTIER E. Mobilisation de soi, exigences langagières scolaires et processus de différenciation. Revue Langage et société n°111, mars 2005.

- BOURNYG., FUMEL S., ROBIN I. et ROCHER T. Les élèves de 15 ans – Premiers résultats d'une évaluation internationale des acquis des élèves. Note d'information 01.52, MJENR- DP&D, décembre 2001. Intégralité du texte en ligne : http://www.educ-eval.education.fr/pdf/ni0152.pdf

- BOURNY G., DUPÉ C., RÉMOND M., ROBIN I. et ROCHER T. Les compétences des élèves français à l'épreuve d'une évaluation internationale - Premiers résultats de l'enquête PISA 2000. Les Dossiers de la DP&D n° 137, novembre 2002.

- ROBIN I. et ROCHER T. La compétence en lecture des jeunes de 15 ans : une comparaison internationale. Données Sociales, INSEE, 2002.

- ***Sur les contextes (scolaires, familiaux)***

- MONS N. Modèles pluriels d'école unique, efficacité et équité : l'éclairage de la comparaison des pays de l'OCDE. Communication au colloque "Construction/Déconstruction du collège unique : les enjeux de l'école moyenne", Paris VIII-AECSE-IUFM de Créteil, 26-28 octobre 2005.

- DURU-BELLAT M., MONS N., SUCHAUT B. Organisation scolaire et inégalités sociales de performance : les enseignements de l'enquête PISA. Education et Formation n°70, décembre 2004.
Résumé dans la note de l'IREDU 04/02, Mars 2004 :
http://www2.cnrs.fr/sites/communique/fichier/article_inegalites_duru_bellat.pdf

- DURU-BELLAT M., MONS N., SUCHAUT B. Contextes nationaux, organisation des systèmes éducatifs et inégalités entre élèves : l'éclairage de l'enquête PISA. Politiques d'éducation et de formation n°9, 2003/3 p 95-108.

- MEURET D. Pourquoi les jeunes français ont-ils à 15 ans des compétences inférieures à celles de jeunes d'autres pays ? Revue Française de Pédagogie n° 142, janvier-février-mars 2003, p 89-104.

- MURAT F. et ROCHER T. La place du projet professionnel dans les inégalités de réussite scolaire à 15 ans. France Portrait Social, INSEE 2002/2003.
Intégralité du texte en ligne : http://www.educ-eval.education.fr/pdf/hcfpsd1.pdf

- ***Sur la méthodologie de l'évaluation PISA***

- REMOND M. Regards croisés sur les évaluations institutionnelles, Repères n° 31, 2005, p 113 – 140.

- ROCHER T. La méthodologie des évaluations internationales de compétences. Psychologie et Psychométrie Vol. 24, N°2/3 – 2003, p 117-146.

- BONNET G. Reflections in a Critical eye : on the pitfalls of international assessment. Assessment in Education, 2002.

- ROBIN I. L'enquête PISA sur les compétences en lecture des élèves de 15 ans : trois biais culturels en question. Ville-École-Intégration-Enjeux, n°129, CNDP juin 2002.

- ***Sur l'utilisation en France des résultats des évaluations internationales***

- EMIN J-C. Que fait-on des évaluations internationales dans le système éducatif français ? Communication au 18ème colloque international de l'ADMEE "Comment évaluer? Outils, dispositifs, acteurs". Reims, 24-26 octobre 2005.

- La France et les évaluations internationales des acquis des élèves. Avis du Haut Conseil de l'évaluation de l'école, mai 2005. http://cisad.adc.education.fr/hcee

Annexe 3– Fonctionnement général du programme PISA

Le programme PISA est piloté par l'OCDE (Organisation pour la coopération et le développement économique), qui compte actuellement 30 pays membres. Le Conseil des pays participants décide des grandes orientations du programme PISA (périodicité, contenus évalués).
L'organisation de l'évaluation elle-même est déléguée à un Consortium international d'instituts de recherche en éducation et de statistiques, dirigé par ACER (Australian Council of Educational Research) :
- ACER, Australie
- Netherlands National Institute for Educational Measurement (groupe CITO), Pays-Bas
- Educational Testing Service (ETS), États-Unis
- National Institute of Educational Policy Research (NIER), Japon
- Westat, États-Unis.

Dans chaque pays, une institution ou une société est responsable de la mise en œuvre de PISA au niveau national. En France, il s'agit du bureau de l'évaluation des élèves et des outils pour le pilotage pédagogique de la Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, au sein de Minsitère de l'Education nationale. En collaboration avec l'Inspection générale, des groupes d'enseignants et d'IA-IPR des disciplines concernées sont constitués et travaillent notamment à la production d'exercices destinés à PISA, ainsi qu'à l'analyse des résultats. PISA apporte des informations complémentaires des autres évaluations menées en France, et permet de révéler les points forts et les points faibles de nos élèves dans le contexte international.

Contacts PISA 2003 pour la France

Science expert group (SEG) : Pierre Malléus et Andrée Tiberghien
Board of participating countries (BPC) : Gérard Bonnet
Réseau A (évaluation des élèves) du programme INES : Thierry Rocher
National program manager : Anne-Laure Monnier anne-laure.monnier@education.gouv.fr
Échantillonnage, Statistiques : Thierry Rocher thierry.rocher@education.gouv.fr

Contacts PISA 2006 pour la France

Science expert group (SEG) : Pierre Malléus et Andrée Tiberghien
Board of participating countries (BPC) : Jean-Claude Emin
Réseau A (évaluation des élèves) du programme INES : Thierry Rocher
National program manager : Ginette Bourny ginette.bourny@education.gouv.fr
Échantillonnage, Statistiques : Thierry Rocher thierry.rocher@education.gouv.fr

Groupes de conception et d'analyses pour la France

- **Conception et analyses « PISA-Mathématiques »**

Coordinateur : Anne-Laure Monnier anne-laure.monnier@education.gouv.fr

Isabelle CENS, Professeur en Collège, Reims
Claire DUPÉ, Professeur en Collège, Montpellier
Marie-Christine OBERT, Professeur en lycée, Dunkerque
Danièle PEYLET, Professeur, DEP
Claude TALAMONI, Professeur en lycée, Aulnay-sous-bois
Yves OLIVIER, IA-IPR, académie d'Orléans-Tours
Rémy JOST**,** Inspecteur général de mathématiques

- **Conception et analyses "PISA-Sciences"**

Coordinateur : Ginette Bourny ginette.bourny@education.gouv.fr

Sylvie BARATAUD, professeur en collège, La Ciotat
Bertrand CAVAYE, professeur en collège, Fontenay-sous-bois
Roger CHALOT, professeur en lycée, Nancy
Jean-Marie CHARLES, professeur en collège, Gerardmer
Nicolas COPPENS, professeur en lycée international, Strasbourg
Jean-Marc CORNIGLION, professeur en collège, Algrange
Emmanuel PERRIGNON, professeur en collège, Thiaucourt Regnieville
Christine SARRAZY, professeur en collège, Gaillac
Brigitte HAZARD, IA-IPR, académie de Nancy
Hélène COMBEL, IA-IPR, académie de Créteil
Christiane PARENT, IA-IPR, académie de Paris
Jean-Louis MICHARD, inspecteur général de sciences de la vie et de la Terre

- **Conception et analyses "PISA-Compréhension de l'écrit"**

Sylvie Fumel sylvie.fumel@education.gouv.fr

Annexe 4 – Population évaluée en France

Population de référence

En France, les élèves de 15 ans sont scolarisés dans des contextes très différents. Pour diverses raisons pratiques, des groupes d'élèves ont d'emblée été exclus de la population de référence (avec l'accord de l'OCDE). Au final, le champ de l'enquête porte sur tous les élèves de 15 ans (nés en 1987) scolarisés dans les établissements sous tutelle du ministère de l'Éducation nationale (sauf EREA) et du ministère de l'Agriculture en France métropolitaine et dans les DOM (sauf La Réunion dont le calendrier scolaire est différent). La population visée couvre ainsi 94% de la génération des jeunes de 15 ans.

L'échantillon

En France, l'enquête a porté sur un échantillon de 183 établissements scolaires accueillant des élèves de 15 ans. Le tirage de l'échantillon tient compte du type d'établissement (collège, lycée professionnel, lycée agricole ou lycée d'enseignement général et technologique) afin d'assurer la représentativité des élèves de 15 ans selon leur classe de scolarisation. Dans chacun des établissements tirés au sort, 32 élèves de 15 ans sont sélectionnés aléatoirement, quelle que soit leur classe. Au final, les résultats d'un échantillon représentatif de 4214 élèves de 15 ans ont été recueillis. Ces élèves se répartissent de la manière suivante :

Répartition des élèves de 15 ans ayant participé à l'évaluation PISA en France en 2003

	Classe fréquentée	*Répartition*
En avance	1ère générale et technologique	2,2%
À l'heure	2nde générale et technologique	49,6%
	2nde professionnelle	7,4%
En retard	3ème générale	26,8%
	3ème autre (SEGPA, Techno, Insertion)	7,7%
	4ème	5,2%
	Autre	1,1%
	Ensemble	**100,0%**

D'autre part, des échantillons nationaux supplémentaires ont été sélectionnés afin d'obtenir des informations sur les élèves de 3ème et de 2nde, tous âges confondus. Ainsi, 30 collèges et 30 lycées d'enseignement général ont été tirés au sort et ont suivi à l'identique le protocole de PISA.

Références méthodologiques

Tous les aspects méthodologiques de l'enquête PISA sont détaillés dans le rapport technique téléchargeable sur le site de l'OCDE :
http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/49/60/35188570.pdf

Annexe 5 – Liste des items PISA libres de diffusion

- **Culture mathématique dans PISA 2000**
  - Pommiers
  - Continent
  - Voiture de course
  - Triangles
  - Fermes

- **Culture mathématique dans PISA 2003**

  Champ **Espace et formes**
  - DÉS
  - MENUISIER
  - ESCALIER
  - DÉS À JOUER

  Champ **Variations et relations**
  - MARCHE À PIED
  - CROISSANCE
  - CONVERSATION PAR INTERNET
  - LA MEILLEURE VOITURE

  Champ **Quantité**
  - TAUX DE CHANGE
  - ÉTAGÈRES
  - CHOIX
  - SKATE
  - MOTIF EN ESCALIER

  Champ **Incertitude**
  - CAMBRIOLAGES
  - EXPORTATIONS
  - BONBONS COLORÉS
  - CONTRÔLES DE SCIENCES
  - DÉCHETS
  - TREMBLEMENT DE TERRE
  - RÉSULTATS À UN CONTRÔLE
  - OPINIONS FAVORABLES AU PRÉSIDENT

- **Culture scientifique dans PISA 2000**
  - Journal de Semmelweis
  - Ozone

- **Culture scientifique dans PISA 2003**
  - Clonage
  - Durée du jour

- **Compréhension de l'écrit dans PISA 2000**
  - Le lac Tchad
  - Grippe
  - Graffiti
  - Population active
  - Plan international
  - Police
  - Baskets
  - Le cadeau
  - Amanda et la duchesse
  - Personnel
  - Nouvelles règles

Annexe 6 – Classification officielle des items de culture mathématique de PISA 2003

Par Format de question, Contexte, Thème et champs mathématique, Compétence requise, Pays auteur, Langue d'origine.

Code de l'item	Exercice	Item Format	Context	Strand	Topic	Competency	Submitted by	Original Language
M033Q01	P2000 A View Room	Multiple Choice	Personal	Geometry	Space and Shape	Reproduction	Consortium	Dutch
M034Q01	P2000 Bricks	Closed Constructed Response	Educational	Geometry	Space and Shape	Connections	Consortium	Dutch
M124Q01	P2000 Walking	Open Constructed Response	Personal	Functions	Change and Relationships	Reproduction	Consortium	Dutch
M124Q03	P2000 Walking	Open Constructed Response	Personal	Functions	Change and Relationships	Connections	Consortium	Dutch
M144Q01	P2000 Cube Painting	Closed Constructed Response	Educational	Geometry	Space and Shape	Reproduction	United States	English
M144Q02	P2000 Cube Painting	Closed Constructed Response	Educational	Geometry	Space and Shape	Connections	United States	English
M144Q03	P2000 Cube Painting	Multiple Choice	Educational	Geometry	Space and Shape	Connections	United States	English
M144Q04	P2000 Cube Painting	Closed Constructed Response	Educational	Geometry	Space and Shape	Connections	United States	English
M145Q01	P2000 Cubes	Closed Constructed Response	Occupational	Number	Space and Shape	Reproduction	Consortium	Dutch
M150Q01	P2000 Growing Up	Closed Constructed Response	Scientific	Number	Change and Relationships	Reproduction	Consortium	Dutch
M150Q02	P2000 Growing Up	Closed Constructed Response	Scientific	Functions	Change and Relationships	Reproduction	Consortium	Dutch
M150Q03	P2000 Growing Up	Open Constructed Response	Scientific	Functions	Change and Relationships	Connections	Consortium	Dutch
M155Q01	P2000 Population Pyramids	Open Constructed Response	Scientific	Statistics	Change and Relationships	Connections	Consortium	Dutch
M155Q02	P2000 Population Pyramids	Open Constructed Response	Scientific	Statistics	Change and Relationships	Connections	Consortium	Dutch
M155Q03	P2000 Population Pyramids	Open Constructed Response	Scientific	Statistics	Change and Relationships	Reflection	Consortium	Dutch
M155Q04	P2000 Population Pyramids	Complex Multiple Choice	Scientific	Statistics	Change and Relationships	Connections	Consortium	Dutch
M179Q01	P2000 Robberies	Open Constructed Response	Public	Statistics	Uncertainty	Connections	TIMSS	English
M192Q01	P2000 Containers	Complex Multiple Choice	Educational	Functions	Change and Relationships	Connections	Germany	German
M266Q01	P2000 Carpenter	Complex Multiple Choice	Educational	Geometry	Space and Shape	Connections	Australia	English
M273Q01	P2000 Pipelines	Complex Multiple Choice	Educational	Geometry	Space and Shape	Connections	Czech Republic	Czech
M302Q01	Car Drive	Closed Constructed Response	Public	Functions	Change and Relationships	Reproduction	TIMSS	English
M302Q02	Car Drive	Closed Constructed Response	Public	Functions	Change and Relationships	Connections	TIMSS	English
M302Q03	Car Drive	Open Constructed Response	Public	Functions	Change and Relationships	Reflection	TIMSS	English

Code de l'item	Exercice	Item Format	Context	Strand	Topic	Competency	Submitted by	Original Language
M305Q01	Map	Multiple Choice	Public	Geometry	Space and Shape	Connections	Consortium	English
M402Q01	Internet Relay Chat	Short Response	Personal	Number	Change and Relationships	Connections	Consortium	English
M402Q02	Internet Relay Chat	Short Response	Personal	Number	Change and Relationships	Reflection	Consortium	English
M406Q01	Running Tracks	Open Constructed Response	Public	Geometry	Space and Shape	Connections	Consortium	English
M406Q02	Running Tracks	Open Constructed Response	Public	Geometry	Space and Shape	Connections	Consortium	English
M406Q03	Running Tracks	Open Constructed Response	Public	Geometry	Space and Shape	Reflection	Consortium	English
M408Q01	Lotteries	Complex Multiple Choice	Public	Probability	Uncertainty	Connections	Consortium	English
M411Q01	Diving	Short Response	Public	Number	Quantity	Reproduction	Consortium	English
M411Q02	Diving	Multiple Choice	Public	Statistics	Uncertainty	Connections	Consortium	English
M413Q01	Exchange Rate	Short Response	Public	Number	Quantity	Reproduction	Consortium	English
M413Q02	Exchange Rate	Short Response	Public	Number	Quantity	Reproduction	Consortium	English
M413Q03	Exchange Rate	Open Constructed Response	Public	Number	Quantity	Reflection	Consortium	English
M420Q01	Transport	Complex Multiple Choice	Personal	Statistics	Uncertainty	Reflection	Consortium	English
M421Q01	Height	Open Constructed Response	Educational	Statistics	Uncertainty	Reproduction	Consortium	English
M421Q02	Height	Complex Multiple Choice	Educational	Statistics	Uncertainty	Reflection	Consortium	English
M421Q03	Height	Multiple Choice	Educational	Statistics	Uncertainty	Reflection	Consortium	English
M423Q01	Tossing Coins	Multiple Choice	Personal	Probability	Uncertainty	Reproduction	Consortium	English
M434Q01	Room Numbers	Short Response	Public	Number	Quantity	Connections	Consortium	English
M438Q01	Exports	Closed Constructed Response	Public	Statistics	Uncertainty	Reproduction	Argentina	Spanish
M438Q02	Exports	Multiple Choice	Public	Statistics	Uncertainty	Connections	Argentina	Spanish
M442Q02	Braille	Closed Constructed Response	Public	Discrete Mathematics	Quantity	Reflection	Consortium	English
M446Q01	Thermometer Cricket	Short Response	Scientific	Number	Change and Relationships	Reproduction	Consortium	English
M446Q02	Thermometer Cricket	Open Constructed Response	Scientific	Algebra	Change and Relationships	Reflection	Consortium	English
M447Q01	Tile Arrangement	Multiple Choice	Public	Geometry	Space and Shape	Reproduction	Consortium	English
M462Q01	Third Side	Open Constructed Response	Intra-Mathematical	Geometry	Space and Shape	Reflection	Sweden	English
M464Q01	The Fence	Short Response	Public	Geometry	Space and Shape	Connections	Sweden	English
M467Q01	Coloured Candies	Multiple Choice	Personal	Probability	Uncertainty	Reproduction	Canada	English
M468Q01	Science Tests	Short Response	Educational	Number	Uncertainty	Reproduction	Canada	English
M474Q01	Running Time	Closed Constructed Response	Educational	Number	Quantity	Reproduction	Canada	English
M484Q01	Bookshelves	Short Response	Occupational	Number	Quantity	Connections	Czech Republic	English

Code de l'item	Exercice	Item Format	Context	Strand	Topic	Competency	Submitted by	Original Language
M496Q01	Cash Withdrawal	Complex Multiple Choice	Public	Number	Quantity	Connections	Consortium	English
M496Q02	Cash Withdrawal	Short Response	Public	Number	Quantity	Connections	Consortium	English
M505Q01	Litter	Open Constructed Response	Scientific	Statistics	Uncertainty	Reflection	Consortium	English
M509Q01	Earthquake	Multiple Choice	Scientific	Probability	Uncertainty	Reflection	Consortium	English
M510Q01	Choices	Short Response	Occupational	Discrete Mathematics	Quantity	Connections	Consortium	English
M513Q01	Test Scores	Open Constructed Response	Educational	Statistics	Uncertainty	Connections	Consortium	English
M520Q01	Skateboard	Short Response	Personal	Number	Quantity	Reproduction	Consortium	English
M520Q02	Skateboard	Multiple Choice	Personal	Discrete Mathematics	Quantity	Reproduction	Consortium	English
M520Q03	Skateboard	Short Response	Personal	Number	Quantity	Connections	Consortium	English
M547Q01	Staircase	Short Response	Occupational	Number	Space and Shape	Reproduction	Norway	English
M555Q02	Number Cubes	Complex Multiple Choice	Personal	Geometry	Space and Shape	Connections	Norway	English
M559Q01	Telephone Rates	Multiple Choice	Public	Number	Quantity	Reflection	Italy	English
M564Q01	Chair Lift	Multiple Choice	Public	Number	Quantity	Reproduction	Italy	English
M564Q02	Chair Lift	Multiple Choice	Public	Discrete Mathematics	Uncertainty	Reflection	Italy	English
M571Q01	Stop The Car	Multiple Choice	Scientific	Functions	Change and Relationships	Reflection	Germany	German
M598Q01	Making A Booklet	Closed Constructed Response	Personal	Geometry	Space and Shape	Reflection	Switzerland	German
M603Q01	Number Check	Complex Multiple Choice	Scientific	Number	Quantity	Connections	Austria	German
M603Q02	Number Check	Short Response	Scientific	Number	Quantity	Connections	Austria	German
M702Q01	Support For President	Open Constructed Response	Public	Statistics	Uncertainty	Connections	Consortium	Japanese
M704Q01	The Best Car	Short Response	Public	Algebra	Change and Relationships	Reproduction	Consortium	Japanese
M704Q02	The Best Car	Open Constructed Response	Public	Algebra	Change and Relationships	Reflection	Consortium	Japanese
M710Q01	Forecast of Rain	Multiple Choice	Public	Probability	Uncertainty	Connections	Consortium	Japanese
M800Q01	Computer Game	Multiple Choice	Personal	Number	Quantity	Reproduction	Canada	English
M803Q01	Labels	Short Response	Occupational	Statistics	Uncertainty	Connections	Canada	English
M806Q01	Step Pattern	Short Response	Educational	Discrete Mathematics	Quantity	Reproduction	Canada	French
M810Q01	Bicycles	Short Response	Personal	Number	Quantity	Connections	Canada	English
M810Q02	Bicycles	Short Response	Personal	Number	Quantity	Connections	Canada	English
M810Q03	Bicycles	Open Constructed Response	Personal	Number	Change and Relationships	Reflection	Canada	English
M828Q01	Carbon Dioxide	Open Constructed Response	Scientific	Statistics	Change and Relationships	Reproduction	The Netherlands	English
M828Q02	Carbon Dioxide	Short Response	Scientific	Statistics	Uncertainty	Connections	The Netherlands	English
M828Q03	Carbon Dioxide	Short Response	Scientific	Number	Quantity	Connections	The Netherlands	English
M833Q01	Seeing the tower	Complex Multiple Choice	Personal	Geometry	Space and Shape	Connections	The Netherlands	English

Annexe 7 -Description des niveaux de compétences de l'échelle de culture mathématique « Espace et formes »

	Compétences générales	*Tâches spécifiques*
NIVEAU 6	- Résoudre des problèmes complexes qui comptent de multiples représentations et qui demandent souvent la mise en œuvre de processus séquentiels de calcul ; - Identifier et extraire les informations pertinentes et établir des liens entre des informations différentes, mais connexes ; - Mettre en œuvre des compétences de raisonnement et de réflexion et s'appuyer sur une compréhension approfondie ; - Généraliser les résultats, communiquer les solutions, donner des explications et exposer des arguments	– Interpréter des descriptions textuelles complexes et les relier à d'autres représentations (souvent nombreuses) ; – se livrer à un raisonnement impliquant des proportions dans des situations complexes qui ne leur sont pas familières ; – se baser sur leur compréhension approfondie pour conceptualiser des situations géométriques complexes ou interpréter des représentations complexes et non familières ; – identifier et combiner de multiples fragments d'information pour résoudre des problèmes ; – concevoir une stratégie pour établir des liens entre des contextes géométriques complexes et des procédures mathématiques connues ; – réaliser des séquences complexes de calcul, concernant des volumes par exemple, ou appliquer de manière précise et exhaustive des procédures de routine dans certains contextes ; – donner des explications et exposer des arguments par écrit, sur la base de la réflexion, de la compréhension et de la généralisation.

- **5,8 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 6 de l'échelle de culture mathématique « Espace et Formes »

- **5,1 %** de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 6 de l'échelle de culture mathématique « Espace et Formes »

	Compétences générales	*Tâches spécifiques*
N I V E A U 5	- Résoudre des problèmes qui leur demandent de construire des hypothèses appropriées ou de se servir des hypothèses qui leur sont données ; - Mettre en œuvre leurs compétences pointues de raisonnement, d'argumentation et de réflexion dans l'espace pour identifier des informations pertinentes et pour interpréter différentes représentations et établir des liens entre elles ; -Travailler de manière stratégique et appliquer de multiples processus séquentiels.	– Mettre en œuvre des compétences de raisonnement, d'argumentation, de réflexion et de compréhension d'ordre géométrique ou spatial dans des contextes à deux et trois dimensions qui leur sont ou non familiers ; – construire ou utiliser des hypothèses pour simplifier et résoudre un problème géométrique s'inscrivant dans un contexte tiré du monde réel, par exemple estimer des quantités dans une situation de la vie courante, et donner des explications ; – interpréter des représentations multiples de phénomènes géométriques ; – utiliser des constructions géométriques ; – conceptualiser et élaborer des stratégies à plusieurs étapes pour résoudre des problèmes géométriques ; – utiliser des algorithmes courants (le théorème de Pythagore, par exemple) dans des situations qui ne leur sont pas familières et se livrer à des calculs de périmètre, de superficie et de volume.

- **16,2 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 5 de l'échelle de culture mathématique « Espace et Formes »
- **17,1 %** des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 5 de l'échelle de culture mathématique « Espace et Formes »

	Compétences générales	*Tâches spécifiques*
N I V E A U 4	- Résoudre des problèmes leur demandant de mettre en œuvre des compétences de raisonnement et d'argumentation d'ordre visuel et spatial dans des contextes non familiers ; - Relier et intégrer différentes représentations ; - Appliquer des processus séquentiels ; - Utiliser un éventail de compétences pointues de visualisation et d'interprétation d'ordre spatial.	– Interpréter des textes complexes pour résoudre des problèmes géométriques ; – interpréter des consignes séquentielles et suivre une procédure en plusieurs étapes ; – interpréter des éléments en utilisant leur compréhension de l'espace dans des situations géométriques inhabituelles ; – utiliser un modèle bidimensionnel pour travailler avec des représentations en trois dimensions de situations géométriques non familières ; – relier et intégrer deux représentations visuelles différentes d'une situation géométrique ; – élaborer et appliquer une stratégie de calcul dans des situations géométriques ; – raisonner et argumenter à propos de relations numériques dans un contexte géométrique ; – réaliser des calculs simples (par exemple, multiplier un chiffre à plusieurs décimales par un nombre entier, procéder à des conversions numériques sur la base de proportions et d'échelles ou calculer la surface de formes familières).

- **32,4 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 4 de l'échelle de culture mathématique « Espace et Formes »
- **37,1 %** des les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 4 de l'échelle de culture mathématique « Espace et Formes »

	Compétences générales	*Tâches spécifiques*
N I V E A U 3	- Résoudre des problèmes qui leur demandent un raisonnement élémentaire d'ordre visuel et spatial dans des contextes familiers ; - Établir des liens entre des représentations différentes d'objets familiers ; - Mettre en œuvre des compétences élémentaires de résolution de problèmes (élaborer des stratégies simples) ; - Appliquer des algorithmes simples.	– Interpréter des descriptions textuelles de situations géométriques non familières ; – mettre en œuvre des compétences élémentaires de résolution de problèmes (élaborer des stratégies simples, par exemple) ; – utiliser des compétences de perception visuelle et de raisonnement élémentaire d'ordre spatial dans une situation familière ; – travailler avec un modèle mathématique familier donné ; – effectuer des opérations simples, telles que des conversions d'échelles (par le biais de la multiplication ou d'un raisonnement proportionnel simple) ; – appliquer des algorithmes courants pour résoudre des problèmes géométriques (par exemple, calculer des longueurs dans des formes familières).

- **54,9 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 3 de l'échelle de culture mathématique « Espace et Formes »
- **60,5 %** des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 3 de l'échelle de culture mathématique « Espace et Formes »

	Compétences générales	*Tâches spécifiques*
N I V E A U 2	- Résoudre des problèmes ne comptant qu'une représentation mathématique, dont le contenu mathématique est présenté sans détour et de manière claire ; - Utiliser la pensée et des conventions mathématiques élémentaires dans des contextes familiers.	– Reconnaître des formes géométriques simples ; – utiliser des définitions et des termes techniques élémentaires et appliquer des concepts mathématiques de base (la symétrie, par exemple) ; – interpréter de manière mathématique un terme comparatif courant (« plus grand », par exemple) dans un contexte géométrique ; – créer et utiliser une représentation abstraite d'un objet à deux ou trois dimensions ; – comprendre une représentation visuelle à deux dimensions d'une situation familière tirée du monde réel ; – effectuer des opérations algébriques simples (par exemple, une soustraction ou une division par un nombre à deux chiffres) pour résoudre des problèmes s'inscrivant dans un contexte géométrique.

- **75,3 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 2 de l'échelle de culture mathématique « Espace et Formes »
- **80,1 %** des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 2 de l'échelle de culture mathématique « Espace et Formes »

	Compétences générales	***Tâches spécifiques***
NIVEAU 1	Résoudre des problèmes simples dans un contexte qui leur est familier en utilisant des représentations ou des dessins familiers d'objets géométriques et en mettant en œuvre des compétences élémentaires en calcul.	– Utiliser une représentation bidimensionnelle donnée pour compter ou calculer des éléments d'un objet simple à trois dimensions.

- **89,5 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 1 de l'échelle de culture mathématique « Espace et Formes »

- **92,1 %** des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 1 de l'échelle de culture mathématique « Espace et Formes »

Annexe 8 - Description des niveaux de compétences de l’échelle de culture mathématique "Variations et Relations"

	Compétences générales	*Tâches spécifiques*
NIVEAU 6	S’appuyer sur une compréhension approfondie, mettre en oeuvre des compétences d’argumentation et de raisonnement abstrait et se servir de conventions et de connaissances techniques pour résoudre des problèmes et généraliser des solutions mathématiques à des problèmes complexes tirés du monde réel	– Interpréter des informations mathématiques complexes dans des situations non familières tirées du monde réel ; – interpréter des fonctions périodiques dans un contexte tiré du monde réel et effectuer les calculs y afférents en présence de contraintes ; – interpréter des informations complexes enfouies dans une situation non familière tirée du monde réel ; – interpréter des textes complexes et utiliser des compétences de raisonnement abstrait (sur la base de leur compréhension approfondie des relations) pour résoudre des problèmes ; – utiliser à bon escient l’algèbre ou des graphiques pour résoudre des problèmes et manipuler des formules algébriques pour les adapter à une situation tirée du monde réel ; – résoudre des problèmes en se livrant à un raisonnement proportionnel complexe ; – appliquer des stratégies de résolution de problèmes comptant des étapes multiples, dont l’utilisation de formules et l’exécution de calculs ; – concevoir une stratégie et résoudre un problème en utilisant l’algèbre et la méthode par tâtonnement ; – identifier une formule qui décrit une situation complexe tirée du monde réel et généraliser des résultats préliminaires pour créer une formule de synthèse ; – généraliser des résultats préliminaires pour effectuer certains calculs ; – s’appuyer sur une compréhension approfondie de la géométrie pour travailler avec des formes complexes et les généraliser ; – conceptualiser des calculs complexes de pourcentage ; – communiquer de manière cohérente le fruit de leur raisonnement logique et leurs arguments

- **5,3 %** de tous les élèves de l’OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 6 de l’échelle de culture mathématique « variations et relations »
- **5,6 %** de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 6 de l’échelle de culture mathématique « variations et relations »

<table>
<tr><td rowspan="2">N
I
V
E
A
U

5</td><td>Compétences générales</td><td>Tâches spécifiques</td></tr>
<tr><td>-résoudre des problèmes en utilisant des formules et des modèles complexes d'ordre mathématique ou algébrique;

-établir des liens entre des représentations mathématiques formelles et des situations complexes inspirées du monde réel ;

- utiliser des procédures complexes de résolution
de problèmes et réfléchir à leur raisonnement et à leurs arguments avant de les communiquer</td><td>– Interpréter des formules complexes dans un contexte scientifique ;
– interpréter des fonctions périodiques dans un contexte tiré du monde réel et effectuer les calculs y afférents ;
– appliquer des stratégies complexes de résolution de problèmes ;
– interpréter des informations complexes et établir des liens entre elles ;
– interpréter et appliquer des contraintes ;
– identifier et appliquer une stratégie adaptée ;
– réfléchir à la relation entre une formule algébrique et les données qui la sous-tendent ;
– se livrer à un raisonnement proportionnel complexe, à propos de taux par exemple ;
– analyser et appliquer une formule donnée dans une situation inspirée de la vie réelle ;
- communiquer le fruit de leur raisonnement et exposer leurs arguments.</td></tr>
</table>

- **16,4 %** de tous les élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 5 de l'échelle de culture mathématique « variations et relations »
- **19,8 %** de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 5 de l'échelle de culture mathématique « variations et relations »

<table>
<tr><td rowspan="2">N
I
V
E
A
U

4</td><td>Compétences générales</td><td>Tâches spécifiques</td></tr>
<tr><td>- résoudre des problèmes en utilisant des formules et des modèles complexes d'ordre mathématique ou algébrique ;

- établir des liens entre des représentations mathématiques formelles et des situations complexes inspirées du monde réel ;

- utiliser des procédures complexes de résolution de problèmes et réfléchir à leur raisonnement et à leurs arguments avant de les communiquer</td><td>– Interpréter des formules complexes dans un contexte scientifique ;
– interpréter des fonctions périodiques dans un contexte tiré du monde réel et effectuer les calculs y afférents ;
– appliquer des stratégies complexes de résolution de problèmes ;
– interpréter des informations complexes et établir des liens entre elles ;
– interpréter et appliquer des contraintes ;
– identifier et appliquer une stratégie adaptée ;
– réfléchir à la relation entre une formule algébrique et les données qui la sous-tendent ;
– se livrer à un raisonnement proportionnel complexe, à propos de taux par exemple ;
– analyser et appliquer une formule donnée dans une situation inspirée de la vie réelle ;
- communiquer le fruit de leur raisonnement et exposer leurs arguments</td></tr>
</table>

- **34,9 %** de tous les élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 4 de l'échelle de culture mathématique « variations et relations »
- **42 %**de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 4 de l'échelle de culture mathématique « variations et relations »

	Compétences générales	Tâches spécifiques
N I V E A U 3	- résoudre des problèmes qui leur demandent de travailler avec de nombreuses représentations (un texte, un graphique, un tableau ou une formule, par exemple), de se livrer à une interprétation et à un raisonnement dans des contextes familiers et de communiquer leurs arguments	– Interpréter des représentations graphiques non familières de situations tirées du monde réel ; – identifier des critères pertinents dans un texte ; – interpréter un texte dans lequel un algorithme est enfoui et appliquer cet algorithme ; – interpréter un texte et concevoir une stratégie simple ; – établir des liens entre diverses représentations apparentées (entre deux graphiques, entre un texte et un tableau ou entre une formule et un tableau, par exemple) ; – se livrer à un raisonnement proportionnel dans divers contextes familiers et communiquer leurs arguments ; – appliquer une situation ou un critère textuel donné à un graphique ; – appliquer une série de procédures simples de calcul pour résoudre des problèmes, notamment trier les données, calculer des écarts et procéder à des interpolations linéaires

- **56,9 %** de tous les élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 3 de l'échelle de culture mathématique « variations et relations »
- **65,9 %**de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 3 de l'échelle de culture mathématique « variations et relations »

NIVEAU 2	Compétences générales	Tâches spécifiques
	- utiliser des algorithmes, des formules et des procédures simples pour résoudre des problèmes ; - établir des liens entre un texte et une représentation unique (un graphique, un tableau ou une formule) ; - mettre en oeuvre des compétences élémentaires d'interprétation et de raisonnement	– Interpréter un texte simple et le relier correctement à des éléments graphiques ; – interpréter un texte simple qui décrit un algorithme peu complexe et appliquer cet algorithme ; – interpréter un texte simple et se livrer à un raisonnement proportionnel ou effectuer un calcul ; – interpréter un modèle simple ; – appliquer des compétences d'interprétation et de raisonnement dans un contexte pratique, qui traite d'une application simple et familière de relations de mouvement, de vitesse et de temps ; – localiser des informations pertinentes dans un graphique et lire des valeurs directement dans un graphique ; – remplacer correctement des éléments par des chiffres pour appliquer un algorithme numérique ou une formule algébrique simple

- **76,7%** de tous les élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 2 de l'échelle de culture mathématique « variations et relations »
- **84,1%** de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 2 de l'échelle de culture mathématique « variations et relations »

NIVEAU 1	Compétences générales	Tâches spécifiques
	- localiser des informations pertinentes dans un tableau ou un graphique simple ; - suivre des consignes directes et simples pour lire des informations directement dans un tableau ou un graphique au format classique ou familier ; - effectuer des calculs simples à propos de relations entre deux variables familières.	– établir un rapport élémentaire entre un texte et un élément spécifique d'un graphique simple et lire une valeur dans le graphique ; – localiser et lire une valeur donnée dans un tableau simple ; – effectuer des calculs simples à propos de relations entre deux variables familières.

- **89,7 %** de tous les élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 1 de l'échelle de culture mathématique « variations et relations »
- **93,6%** de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 1 de l'échelle de culture mathématique « variations et relations »

Annexe 9- Description des niveaux de compétences de l'échelle de culture mathématique "Quantité"

	Compétences générales	Tâches spécifiques
NIVEAU 6	- conceptualiser et utiliser des modèles de processus et de relations mathématiques complexes ; - travailler avec des expressions formelles et symboliques ; - mettre en oeuvre des compétences pointues de raisonnement pour concevoir des stratégies leur permettant de résoudre des problèmes et d'établir des liens entre divers contextes ; - appliquer des processus de calcul séquentiels ; - formuler des conclusions et des arguments et donner des explications précises.	– conceptualiser des processus mathématiques complexes (par exemple, la croissance exponentielle et la moyenne pondérée) et des propriétés de nombres et des relations numériques ; – interpréter et comprendre des informations complexes et établir des liens entre de multiples sources d'information complexes ; – mettre en oeuvre des compétences pointues de raisonnement à propos de proportions, de représentations géométriques de quantité, de combinaisons et de relations entre nombres entiers ; – interpréter et comprendre des expressions mathématiques pures de relations entre nombres dans un contexte scientifique ; – effectuer des calculs séquentiels dans un contexte complexe et non familier, notamment avec des nombres importants ; – formuler des conclusions et des arguments et donner des explications précises ; – concevoir une stratégie (heuristique) pour utiliser des processus mathématiques complexes.

- **3,7 %** de tous les élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 6 de l'échelle «Quantité»
- **3,5 %** de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 6 de l'échelle «Quantité»

Compétences générales		Tâches spécifiques
N I V E A U 5	- utiliser à bon escient des modèles de situations complexes pour résoudre des problèmes ; - mettre en oeuvre des compétences pointues de raisonnement, d'interprétation et de compréhension approfondie sur la base de représentations différentes ; - appliquer des processus séquentiels ; - communiquer le fruit de leur raisonnement et leurs arguments.	– Interpréter des informations complexes à propos de situations de la vie réelle (des graphiques, des schémas et des tableaux complexes) ; – établir des liens entre différentes sources d'information (des graphiques, des tableaux et des textes, par exemple) ; – extraire des données pertinentes dans la description d'une situation complexe et effectuer des calculs ; – mettre en oeuvre des compétences de résolution de problèmes (par exemple, interpréter, concevoir une stratégie, raisonner ou pratiquer des comptages systématiques) dans des contextes tirés du monde réel qui leur demandent une mathématisation substantielle ; – communiquer le fruit de leur raisonnement et leurs arguments ; – faire des estimations à partir de leurs connaissances courantes ; – calculer des variations relatives et / ou absolues.

- **13,4 %** de tous les élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 5 de l'échelle «Quantité»
- **14,5 %** de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 5 de l'échelle «Quantité»

Compétences générales		Tâches spécifiques
N I V E A U 4	- utiliser à bon escient des modèles simples de situations complexes ; -mettre en oeuvre des compétences de raisonnement dans divers contextes et interpréter différentes représentations de la même situation ; - analyser et appliquer des relations quantitatives ; - mettre en oeuvre des compétences en calcul pour résoudre des problèmes.	– Appliquer de manière précise un algorithme numérique donné comprenant diverses étapes ; – interpréter des descriptions textuelles complexes d'un processus séquentiel ; – établir des liens entre des informations données dans un texte et une représentation graphique ; – effectuer des calculs impliquant un raisonnement proportionnel, une division ou des pourcentages dans des modèles simples de situations complexes ; – dresser des listes et faire des comptages de résultats combinatoires de manière systématique ; – identifier et utiliser des informations provenant de sources multiples ; – analyser et appliquer un système simple ; – interpréter un texte complexe pour construire un modèle mathématique simple.

- **31,2 %** de tous les élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 4 de l'échelle «Quantité»
- **36,4 %** de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 4 de l'échelle «Quantité»

<table>
<tr><th colspan="2">Compétences générales</th><th>Tâches spécifiques</th></tr>
<tr><td>N
I
V
E
A
U

3</td><td>- appliquer des stratégies simples de résolution de problèmes, notamment raisonner dans des contextes familiers ;

- interpréter des tableaux pour localiser des informations ;

- effectuer des calculs explicitement décrits, dont des processus séquentiels.</td><td>– Interpréter la description textuelle d'un processus de calcul séquentiel et appliquer correctement le processus ;
– appliquer des processus élémentaires de résolution de problèmes (concevoir une stratégie simple, rechercher des relations, comprendre des contraintes données et en tenir compte, appliquer la méthode par tâtonnement et se livrer à un raisonnement simple) ;
– effectuer des calculs impliquant des nombres importants ou portant sur la vitesse et le temps ou sur la conversion d'unités (par exemple, passer d'un taux annuel à un taux quotidien) ;
– interpréter des informations présentées sous la forme de tableaux et localiser des données pertinentes dans un tableau
– conceptualiser des relations impliquant un mouvement circulaire et une notion de temps ;
– interpréter un texte et un diagramme décrivant un modèle simple.</td></tr>
</table>

- **53,2 %** de tous les élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 3 de l'échelle «Quantité»
- **61,8 %** de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 3 de l'échelle «Quantité»

<table>
<tr><th colspan="2">Compétences générales</th><th>Tâches spécifiques</th></tr>
<tr><td>N
I
V
E
A
U

2</td><td>- interpréter des tableaux simples pour identifier et extraire des informations pertinentes ;

- effectuer des opérations arithmétiques simples ;

- interpréter des relations quantitatives simples et les utiliser.</td><td>– Interpréter un modèle quantitatif simple (une relation proportionnelle, par exemple) et l'appliquer en effectuant des opérations arithmétiques élémentaires ;
– interpréter des données simples présentées sous forme de tableaux et établir des liens entre des informations textuelles et des données présentées sous forme de tableaux ;
– identifier les calculs simples à effectuer pour résoudre un problème direct ;
– effectuer des calculs simples, impliquant la réalisation d'opérations arithmétiques élémentaires et l'ordonnancement de nombres.</td></tr>
</table>

- **73,5 %** de tous les élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 2 de l'échelle «Quantité»
- **82,2 %** de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 2 de l'échelle «Quantité»

Compétences générales		*Tâches spécifiques*
N I V E A U 1	- résoudre les problèmes les plus élémentaires dont toutes les données sont explicitement présentées, qui s'inscrivent dans des situations directes et d'une portée très limitée, dont la résolution demande des calculs évidents et qui correspondent à une tâche mathématique élémentaire (une opération arithmétique de base, par exemple).	– Interpréter une relation mathématique simple et explicite et l'appliquer directement en effectuant des calculs ; – lire et interpréter un tableau simple de nombres, faire le total des colonnes et comparer les résultats.

- **87,6 %** de tous les élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 1 de l'échelle «Quantité»
- **93,3 %** de tous les élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 1 de l'échelle «Quantité»

Annexe 10 - Description des niveaux de compétences de l'échelle de culture mathématique "Incertitude"

	Compétences générales	***Tâches spécifiques***
NIVEAU 6	– appliquer des compétences pointues de réflexion et de raisonnement dans des contextes statistiques ou probabilistes pour créer des représentations mathématiques de situations tirées du monde réel ; – se livrer à une réflexion et s'appuyer sur une compréhension approfondie pour résoudre des problèmes ; – formuler et communiquer des arguments et des explications.	– interpréter des situations tirées du monde réel et réfléchir à leur propos en appliquant des connaissances en matière de probabilité et effectuer les calculs requis comportant des nombres importants et demandant un raisonnement proportionnel et des arrondis ; – faire preuve d'une compréhension approfondie des probabilités dans un contexte pratique ; – mettre en oeuvre des compétences pointues d'interprétation et de raisonnement logique dans une situation probabiliste non familière et s'appuyer sur une compréhension approfondie ; – construire une argumentation rigoureuse sur la base d'une interprétation intelligente des données; – se livrer à un raisonnement complexe en utilisant des concepts statistiques ; – comprendre des notions élémentaires d'échantillonnage et effectuer des calculs avec des moyennes pondérées ou appliquer des stratégies intelligentes de comptage systématique ; – communiquer des explications et des arguments complexes.

- **4,2 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 6 de l'échelle «incertitude»
- **2,8 %** des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 6 de l'échelle «incertitude»

<table>
<tr><th colspan="2">Compétences générales</th><th>Tâches spécifiques</th></tr>
<tr><td>NIVEAU 5</td><td>– appliquer des connaissances probabilistes et statistiques dans des problèmes relativement structurés dont la représentation mathématique est en partie visible ;

– mettre en oeuvre des compétences de raisonnement et de compréhension approfondie pour interpréter et analyser les informations données, élaborer des modèles appropriés et appliquer des processus de calcul séquentiels ;

– communiquer le fruit de leur raisonnement et leurs arguments.</td><td>– interpréter les résultats d'une expérience probabiliste non familière et y réfléchir ;

– interpréter des textes en langage technique et les transposer dans un calcul de probabilité approprié ;

– identifier et extraire les informations pertinentes, interpréter des informations en provenance de sources différentes (de textes, de tableaux multiples ou de graphiques, par exemple) et établir des liens entre elles ;

– réfléchir à des situations probabilistes classiques et les comprendre ;

– appliquer des concepts de probabilité pour analyser des situations ou des phénomènes inhabituels ;

– appliquer un raisonnement proportionnel et raisonner sur la base de concepts statistiques ;

– se livrer à un raisonnement en plusieurs étapes sur la base de données ;

– procéder à une modélisation complexe, leur demandant d'utiliser des connaissances en probabilité et des concepts statistiques (par exemple, l'aléatoire, l'échantillon et l'indépendance) ;

– effectuer des calculs (additions, proportions, multiplication de nombres importants, arrondis) pour résoudre des problèmes s'inscrivant dans des contextes statistiques non familiers ;

– effectuer une série de calculs connexes ;

– se livrer à un raisonnement probabiliste et communiquer ce raisonnement et l'argumentation.</td></tr>
</table>

- **14,8 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 5 de l'échelle «incertitude»
- **13,8 %** des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 5 de l'échelle «incertitude»

Compétences générales		Tâches spécifiques
N I V E A U 4	– utiliser des concepts élémentaires de statistique et de probabilité et les intégrer dans leur raisonnement numérique pour résoudre des problèmes simples s'inscrivant dans des contextes peu familiers ; – appliquer des processus de calcul séquentiels ou comptant plusieurs étapes ; – construire et communiquer une argumentation sur la base de l'interprétation des données.	– interpréter des textes dans des contextes non familiers (scientifiques), mais directs ; – comprendre certains aspects des données présentées dans des tableaux ou des graphiques ; – traduire correctement des descriptions textuelles en calculs de probabilité ; – identifier et sélectionner des données dans divers graphiques statistiques et effectuer des calculs élémentaires ; – comprendre des définitions et des concepts statistiques élémentaires (la probabilité, la valeur prévue, l'aléatoire et la moyenne, par exemple) ; – utiliser des connaissances élémentaires en probabilité pour résoudre des problèmes ; – élaborer une explication mathématique élémentaire d'un concept quantitatif exprimé en langage courant (par exemple, une «énorme augmentation») ; – utiliser des arguments mathématiques sur la base de données ; – se livrer à un raisonnement numérique ; – effectuer des calculs comptant plusieurs étapes, dont des opérations arithmétiques élémentaires, et utiliser des pourcentages ; – extraire des informations d'un tableau et communiquer une argumentation simple basée sur ces informations.

- **34 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 4 de l'échelle «incertitude»
- **35,5** % des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 3 de l'échelle «incertitude»

Compétences générales		Tâches spécifiques
N I V E A U 3	– interpréter des informations et des données statistiques et établir des liens entre différentes sources d'information ; – se livrer à un raisonnement simple en utilisant des symboles, des conventions et des concepts élémentaires de probabilité ; – communiquer leur raisonnement.	– interpréter des données présentées sous forme de tableaux ; – interpréter des graphiques inhabituels et lire leur contenu ; – se livrer à un raisonnement pour identifier des résultats de probabilité dans une expérience de probabilité complexe, mais familière et bien définie ; – comprendre certains aspects de la présentation des données (par exemple, la numérotation) ; – établir des liens entre des informations présentées dans deux tableaux différents ; – intégrer des données dans un type approprié de graphique ; – communiquer un raisonnement de bon sens.

- **57,8 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 3 de l'échelle «incertitude»
- **60,8 %** des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 3 de l'échelle «incertitude»

	Compétences générales	Tâches spécifiques
N I V E A U 2	– localiser des informations statistiques présentées dans des formats graphiques familiers – comprendre des conventions et des concepts statistiques élémentaires.	– identifier des informations pertinentes dans un graphique simple et familier ; – établir des liens entre un texte et un graphique connexe dont le format est courant et familier ; – comprendre et expliquer des calculs statistiques simples (la moyenne, par exemple) ; – lire des valeurs directement dans un format courant de présentation des données (un diagramme à barres, par exemple).

- **79,3 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 2 de l'échelle «incertitude»
- **81,7 %** des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 2 de l'échelle «incertitude»

	Compétences générales	*Tâches spécifiques*
N I V E A U 1	comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité dans des contextes familiers d'expérimentation.	– comprendre des concepts élémentaires de probabilité dans des expérimentations simples et familières (avec des dés à jouer ou des pièces de monnaie) ; – réaliser des listes et des comptages systématiques de résultats combinatoires dans une situation de jeu limitée et bien définie.

- **92,6 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 1 de l'échelle «incertitude»
- **94 %** des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 1 de l'échelle «incertitude»

Annexe 11 - Description officielle des niveaux de compétences de l'échelle de *Problem solving*

Les performances des élèves ont été rapportées sur une échelle de compétence qui distingue 4 niveaux d'élèves. Cette échelle de compétence est construite de telle sorte que sa moyenne vaut 500 points et que les scores de deux tiers des élèves se situent entre 400 et 600 points.

Sous le niveau 1	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
300 — 405	405 — 500	500 — 592	592 — 700

Niveau 3 : compétences poussées en résolution de problèmes et grande faculté de réflexion et de communication

Les élèves situés au niveau 3 sont capables non seulement d'analyser une situation et de prendre les bonnes décisions, mais aussi de réfléchir aux relations sous-jacentes et de les rapporter aux solutions.
Ils abordent les problèmes d'une manière systématique, construisent des représentations qui les aident à les résoudre et s'assurent que leur solution est valable compte tenu de toutes les exigences des problèmes. Ils rédigent des explications et conçoivent des représentations pour communiquer leur solution à des tiers de manière précise.
Les élèves qui parviennent au niveau 3 sont généralement capables de tenir compte d'un grand nombre de paramètres, dont des variables de contrôle ou des restrictions dans le temps, et d'autres contraintes. Les problèmes associés à ce niveau sont exigeants et demandent aux élèves de réguler leur travail. Ces élèves sont en mesure de traiter une série de conditions interdépendantes qui leur imposent d'aller et venir entre leur solution et les paramètres du problème. Ils sont à même d'organiser et de contrôler leur réflexion tout en progressant sur la voie de la résolution du problème. Les tâches typiques du niveau 3 présentent de multiples facettes et demandent aux élèves de tenir compte de toutes les interactions en même temps et d'élaborer une solution adéquate. Les élèves situés au niveau 3 sont capables de résoudre ces problèmes et de communiquer clairement leur solution.
Les élèves situés au niveau 3 sont également censés mener à bien des tâches associées aux niveaux inférieurs.

- **18 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 3 de l'échelle de résolution de problèmes.
- **23 %** des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 3 de l'échelle de résolution de problèmes.

Niveau 2 : bonnes compétences en résolution de problèmes, capacité de raisonnement et de prise de décision

Ils sont capables de se livrer à des processus d'analyse et de raisonnement et de résoudre des problèmes qui font appel à des facultés de prise de décision. Ils sont en mesure de pratiquer plusieurs formes de raisonnements (inductif, déductif, analytique, notamment à propos des relations de cause à effet, et combinatoire, qui implique de comparer systématiquement toutes les variations possibles d'une situation bien décrite compte tenu de nombreuses combinaisons de variables), d'analyser des situations et de résoudre des problèmes qui leur demandent de prendre des décisions, en l'occurrence de choisir l'alternative correcte parmi toutes celles qui leur sont clairement proposées. Pour analyser un système ou prendre des décisions, les élèves situés au niveau 2 doivent combiner et résumer des informations provenant de plusieurs sources. Ils sont capables d'utiliser différentes formes de représentation (par exemple, du langage formel, des données numériques et des informations graphiques), d'appréhender des représentations inhabituelles (par exemple, des commandes en langage de programmation ou des organigrammes décrivant des relations mécaniques ou structurelles entre des composantes) et d'établir des inférences sur la base de plusieurs sources d'information.

Les élèves situés au niveau 2 sont également censés mener à bien des tâches associées au niveau1.

- **52 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 2 de l'échelle de résolution de problèmes.
- **60 %** des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 2 de l'échelle de résolution de problèmes.

Niveau 1 : compétences élémentaires en résolution de problèmes

En général, ils parviennent à résoudre des problèmes qui leur demandent uniquement d'utiliser une seule source d'information et d'exploiter des données discrètes et bien définies. Ils comprennent la nature des problèmes et réussissent à localiser les informations sur leurs caractéristiques majeures. Ils sont capables de transposer ces informations pour présenter le problème d'une autre manière, par exemple en extrayant des informations d'un tableau pour les transposer dans un graphique. Ils sont également en mesure d'utiliser ces informations pour vérifier un nombre limité de conditions bien définies. En revanche, ils ne parviennent généralement pas à aborder des problèmes à facettes multiples, comportant plus d'une source d'information ou leur demandant de raisonner sur la base des informations données.

- **82 %** des élèves de l'OCDE peuvent résoudre des items situés au niveau 1 de l'échelle de résolution de problèmes.
- **88 %** des élèves français peuvent résoudre des items situés au niveau 1 de l'échelle de résolution de problèmes.

Sous le niveau 1 : compétences insuffisantes (ou en voie de développement) en résolution de problèmes

L'évaluation PISA des compétences en résolution de problèmes n'a pas été conçue pour mesurer l'efficacité des processus élémentaires en la matière. La batterie d'items ne propose pas suffisamment de tâches permettant de décrire précisément les performances inférieures au niveau 1. Ils n'arrivent généralement pas à comprendre les items les plus simples de l'évaluation ou à appliquer les processus requis pour identifier des caractéristiques importantes ou représenter les problèmes. Au mieux, ils peuvent aborder des problèmes directs, dont les tâches sont bien structurées et qui leur demandent de formuler des réponses basées sur les faits ou de faire des observations sans inférence préalable ou presque. Ils éprouvent systématiquement des difficultés à prendre des décisions, à analyser ou évaluer des systèmes, et à traiter des dysfonctionnements. Les trois niveaux de compétence délimités correspondent à une plage de scores sur l'échelle PISA de résolution de problèmes.

Annexe 12 – Exercices de *problem solving* de PISA 2003

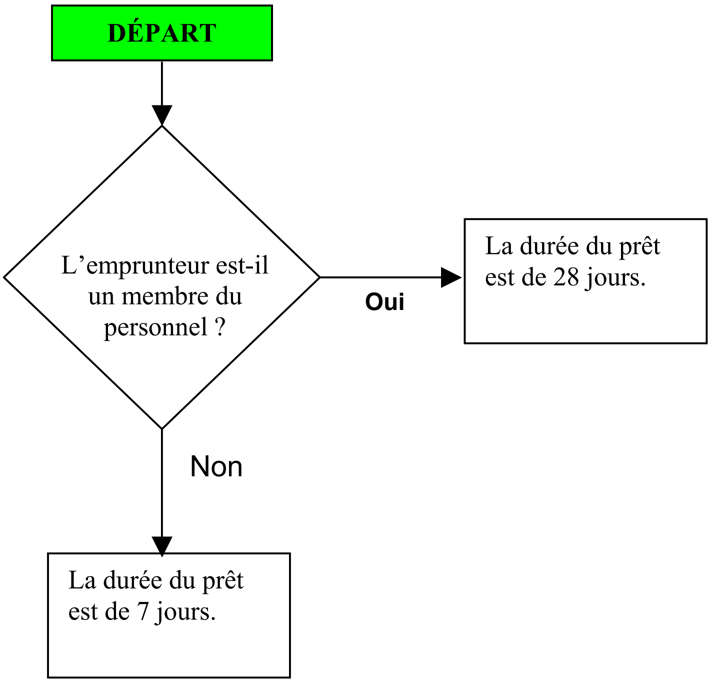
Remarque : tous les exercices du domaine "Résolution de problèmes" évalué en 2003 ont été rendus libres de diffusion.

LISTE COMPLÈTE:

- SYSTÈME DE GESTION D'UNE BIBLIOTHÈQUE
- LOGICIEL DE TRACÉ
- PROGRAMME DE COURS
- CORRESPONDANCES
- COLONIE DE VACANCES
- BESOINS EN ÉNERGIE
- SORTIE au CINÉMA
- VACANCES
- IRRIGATION

SYSTÈME DE GESTION D'UNE BIBLIOTHÈQUE

La bibliothèque du **Lycée Montaigne** utilise un système simple de gestion du prêt de livres : pour les membres du personnel, la durée du prêt est de 28 jours et pour les élèves, la durée du prêt est de 7 jours. On peut voir ci-dessous un schéma de décision en arbre qui présente ce système simple :



La **bibliothèque du Lycée Coulanges** utilise un système similaire de gestion des prêts, mais plus complexe :

- Pour toutes les publications classées comme « réservées », la durée du prêt est de 2 jours.
- Pour les livres (mais pas les magazines) qui **ne sont pas** sur la liste des publications réservées, la durée du prêt est de 28 jours pour les membres du personnel et de 14 jours pour les élèves.
- Pour les magazines qui **ne sont pas** sur la liste des publications réservées, la durée du prêt est de 7 jours pour tout le monde.
- Les personnes ayant des emprunts en cours pour lesquels la date de retour est dépassée ne peuvent effectuer aucun nouvel emprunt.

Question 1 : SYSTÈME DE GESTION

X402Q01

Vous êtes un élève du **Lycée Coulanges** et vous n'avez pas d'emprunts en cours pour lesquels la date de retour est dépassée. Vous souhaitez emprunter un livre qui **n'est pas** sur la liste des publications réservées. Pour combien de temps pouvez-vous emprunter ce livre ?

Réponse :...jours.

SYSTÈME DE GESTION : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

Crédit complet

Code 1 : 14 jours.

Pas de crédit

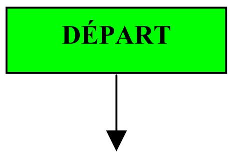
Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

Question 2 : SYSTÈME DE GESTION

X402Q02 - 01 02 11 12 21 22 23 31 99

Réalisez un schéma de décision en arbre pour le système de gestion des prêts de la **bibliothèque du Lycée Coulanges**, permettant de concevoir un système de contrôle automatisé des prêts de livres et de magazines de la bibliothèque. Votre système de contrôle doit être aussi efficace que possible (c'est-à-dire qu'il doit avoir le plus petit nombre possible d'étapes de contrôle). Notez que chaque étape de contrôle ne doit présenter que **deux** possibilités et que ces possibilités doivent être étiquetées correctement (par exemple : « Oui » et « Non »).



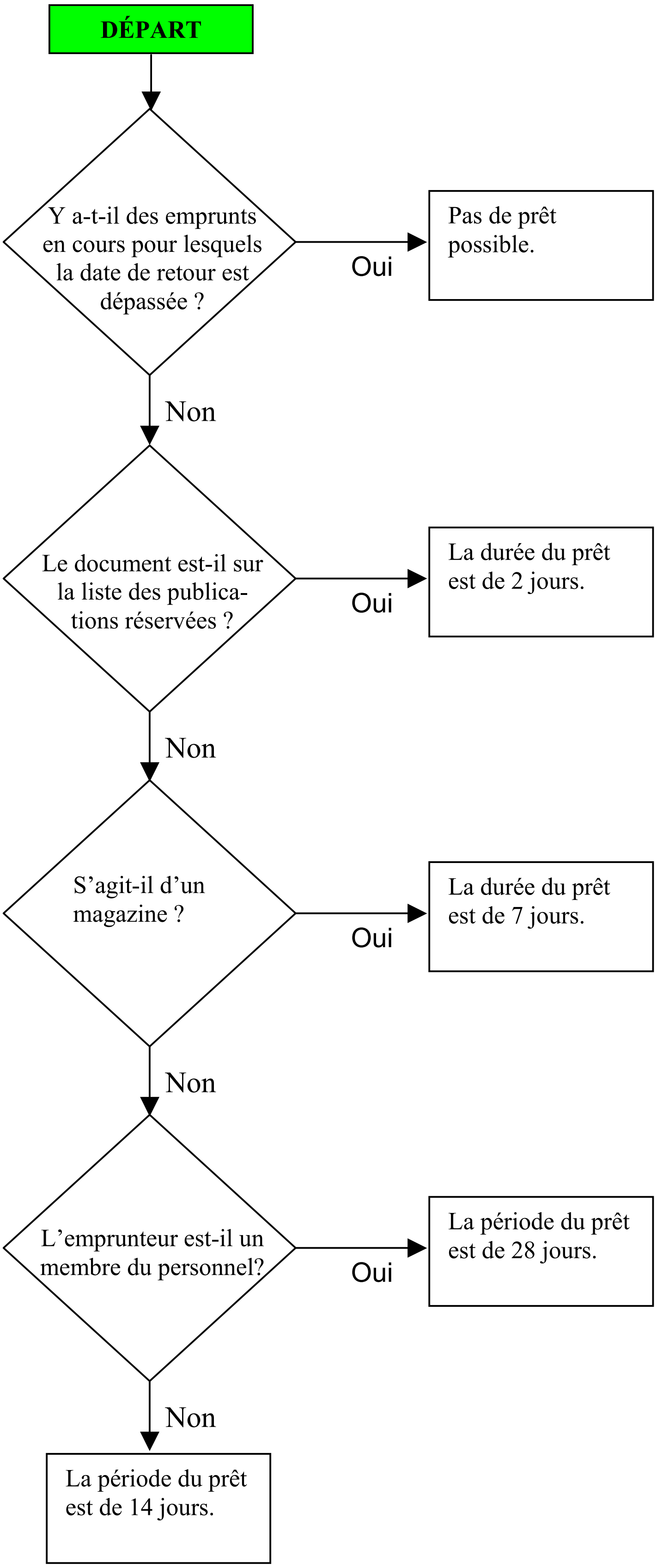
SYSTÈME DE GESTION : CONSIGNES DE CORRECTION Q 2

Note de correction :

> L'utilisation de formes exactes d'étiquettes (losanges, rectangles, flèches) est sans importance ici. La correction doit porter sur l'organisation logique des étapes et non sur la capacité des élèves à tracer ce type de schémas de décision. Il y a donc lieu d'accepter les réponses présentées sous forme d'énoncés qui ne seraient pas placés dans des losanges ou des rectangles.

Crédit complet

Code 31 : Le système le plus efficace est un système de contrôle en 4 étapes,

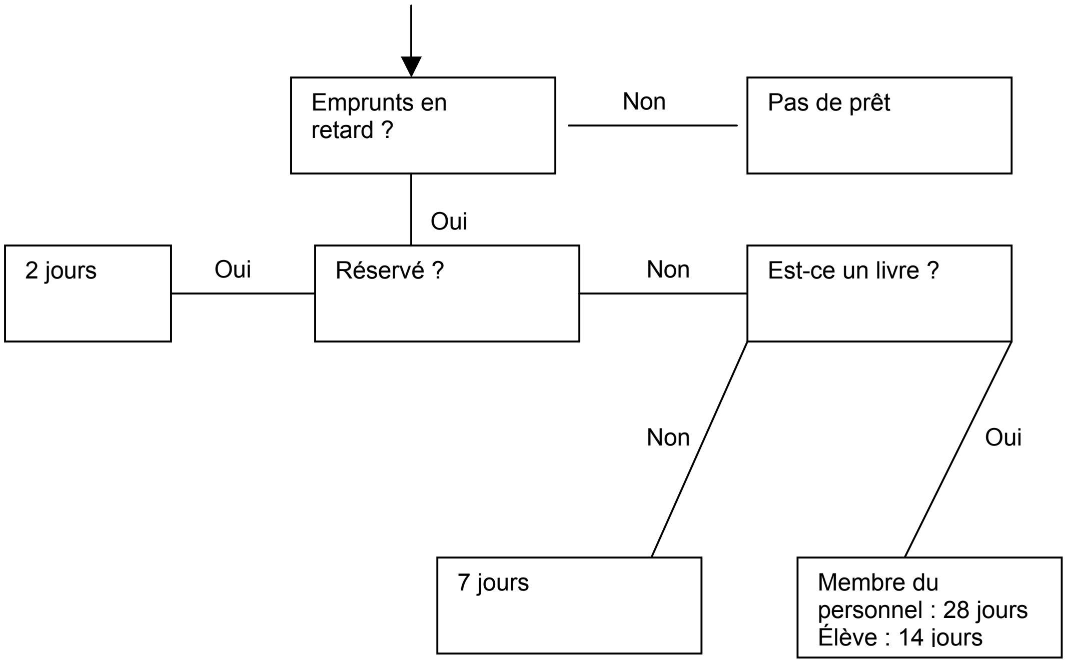


comme ceci :
Notez que des énoncés équivalents peuvent être acceptés. Par exemple, à la place de « L'emprunteur est-il un membre du personnel ? », on peut aussi accepter « L'emprunteur est-il un élève ou un membre du personnel ? ». Assurez-vous, dans ce cas, que les étiquettes « Élève » et « Membre du personnel » et les décisions qui en découlent s'accordent effectivement avec la question posée.

Crédit partiel

Code 21 : Les quatre étapes de contrôle sont mentionnées dans le bon ordre, mais il y a une « erreur mineure ». Par exemple :

- Une des durées du prêt n'est pas correcte.
- Il manque une des durées du prêt.
- Il manque une ou plusieurs des étiquettes Oui / Non
- Une étiquette Oui / Non est erronée. Par exemple :



Code 22 : L'étape de contrôle concernant « les emprunts en cours dont la date de retour est dépassée » est écrite sous forme de texte en dehors du schéma, mais les trois autres étapes de contrôle sont totalement correctes et dans le bon ordre.

Code 23 : Deux des étapes de contrôle ne sont pas dans le bon ordre (ce qui donne 5 étapes, dans la mesure où UNE étape de contrôle supplémentaire sera exigée). Le système reste « complet », mais est moins efficace. On entend par « complet » le fait que le système de contrôle fournira les périodes de prêt correctes dans tous les cas

Code 11 : Le schéma est correct, si ce n'est que les trois premières étapes de contrôle ne sont pas dans le bon ordre, en raison de l'*une* des deux erreurs suivantes (ne pas attribuer ce code quand le schéma contient les *deux* erreurs) :

- Les étapes de contrôle concernant « la liste des publications réservées » et « les magazines » ont été interverties.

- Les étapes de contrôle concernant « les emprunts en cours dont la date de retour est dépassée » et « la liste des publications réservées » ont été interverties.

Code 12 : L'étape de contrôle concernant « les emprunts en cours dont la date de retour est dépassée » est écrite sous forme de texte en dehors du schéma. Les trois autres étapes de contrôles sont dans le bon ordre, mais il y a une « erreur mineure ».

OU

Il manque l'étape de contrôle concernant « les emprunts en cours dont la date de retour est dépassée », mais les trois autres étapes de contrôle sont totalement correctes et dans le bon ordre.

Pas de crédit

Code 01 : Le système est « complet », mais il présente plus de 5 étapes de contrôle.

Code 02 : Autres réponses.

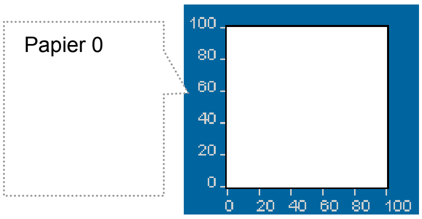
- Le système de contrôle est incomplet et il ne correspond à aucune des descriptions données pour les codes de crédit partiel.
- 5 étapes de contrôle ou davantage, et le système est incomplet.
- 5 étapes de contrôle, avec omission de l'étape « emprunts en cours dont la date de retour est dépassée ».
- Une des étapes de contrôle présente plus de deux issues.

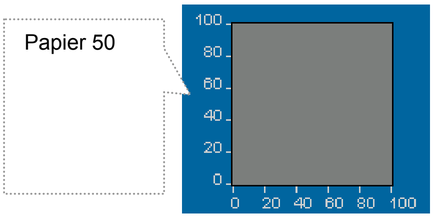
Code 99 : Omission.

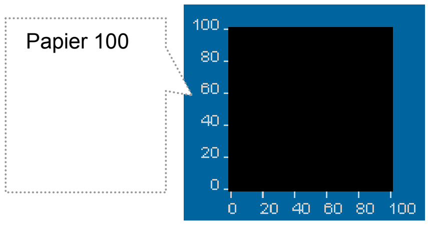
LOGICIEL DE TRACÉ "DESIGN BY NUMBERS©[1] "

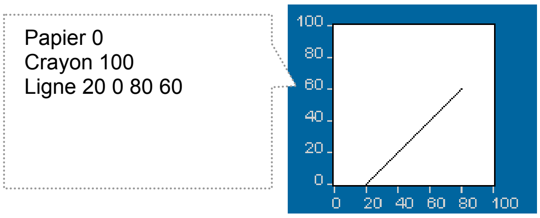
Le logiciel de tracé "Design by Numbers" est un outil de conception assistée par ordinateur qui permet de générer des éléments graphiques. On peut générer des images en donnant au logiciel une série d'instructions.

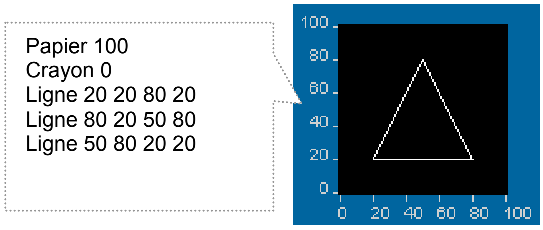
Étudiez attentivement les exemples d'instructions et d'images ci-dessous avant de répondre aux questions.









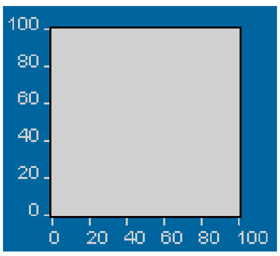


Question 1 : LOGICIEL DE TRACÉ

X412Q01

Laquelle des commandes suivantes a généré l'élément graphique ci-dessous ?

A Papier 0
B Papier 20
C Papier 50
D Papier 75



[1] *Design by Numbers* a été développé par Aesthetics and Computation Group au laboratoire MIT Media. Copyright 1999, Massachusetts Institute of Technology. Ce logiciel peut être téléchargé sur le site http://dbn.media.mit.edu.

LOGICIEL DE TRACÉ : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

Crédit complet

Code 1 : B. Papier 20.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

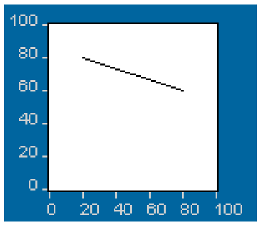
Code 9 : Omission.

Question 2 : LOGICIEL DE TRACÉ

X412Q02

Parmi les séries de commandes suivantes, laquelle a généré l'élément graphique ci-dessous ?

A	Papier 100	Crayon 0	Ligne 80 20 80 60
B	Papier 0	Crayon 100	Ligne 80 20 60 80
C	Papier 100	Crayon 0	Ligne 20 80 80 60
D	Papier 0	Crayon100	Ligne 20 80 80 60



LOGICIEL DE TRACÉ : CONSIGNES DE CORRECTION Q 2

Crédit complet

Code 1 : D. Papier 0 Crayon 100 Ligne 20 80 80 60

Pas de crédit

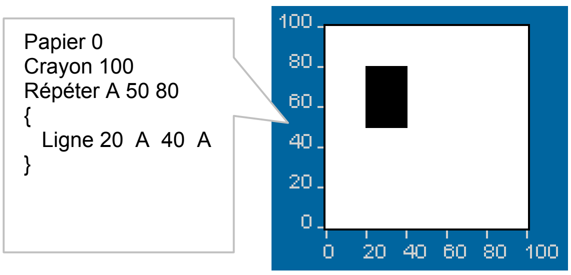
Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

Question 3 : LOGICIEL DE TRACÉ

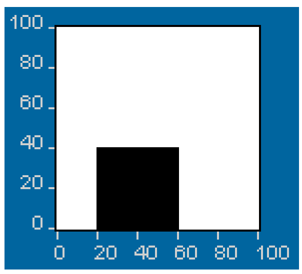
X412Q03 - 0 1 2 9

L'exemple ci-dessous illustre la commande « Répéter ».



La commande « Répéter A 50 80 » donne au programme l'instruction de répéter les actions entre accolades { } pour les valeurs successives de A, de A = 50 à A = 80.

Inscrivez les commandes qui génèrent l'élément graphique ci-contre :



LOGICIEL DE TRACÉ : CONSIGNES DE CORRECTION Q 3

Note de Correction :

Noter que plusieurs commandes peuvent être inscrites sur une même ligne, que les commandes ne doivent pas nécessairement commencer par une majuscule et que l'une ou les deux accolades « { } » peuvent être omises ou notées sous forme de parenthèses « ( ) » ou de crochets « [ ] ». Noter également qu'une lettre autre que la lettre « A » peut être utilisée dans la commande « Répéter », pour autant que la même lettre soit utilisée dans la commande « Ligne ».

Crédit complet

Code 2 : Commandes correctes.

- Noter que dans la commande « Répéter », « 0 » et « 40 » peuvent être intervertis (c'est-à-dire : Répéter 40 0). Dans la commande « Ligne 20 A 60 A », « 20 » et « 60 » peuvent être intervertis (c'est-à-dire : Ligne 60 A 20 A).

```
Papier 0
Crayon 100
Répéter A 0 40
{
  Ligne 20 A 60 A
}
```

- Noter que dans la commande « Répéter », « 20 » et « 60 » peuvent être intervertis (c'est-à-dire : Répéter 60 20). Dans la commande « Ligne A 0 A 40 », « 0 » et « 40 » peuvent être intervertis (c'est-à-dire : Ligne A 40 A 0).

```
Papier 0
Crayon 100
Répéter A 20 60
{
  Ligne A 0 A 40
}
```

(Bref, « 0 » et « 40 » doivent se trouver en position « Y » alors que « 20 » et « 60 » doivent se trouver en position « X ».)

Crédit partiel

Code 1 : Commandes correctes, mais nombres incorrectement placés dans la commande « Ligne ».

-
```
Papier 0
Crayon 100
Répéter A 20 60
{
  Ligne 0 A 40 A
}
```

Commandes correctes mais un nombre est incorrect soit dans la commande « Ligne », soit dans la commande « Répéter ». À noter que si la réponse contient un nombre autre que 0 ou 20 ou 40 ou 60 (p.ex. 50 ou 80), ou si un même nombre est répété dans une des commandes, il y aura lieu d'attribuer le code 0.

- Crayon 100
  Papier 0
  Répéter A 0 40
  {
    Ligne 0 A 60 A
  }

Commande « Répéter » correcte, mais omission ou erreur dans les commandes « Papier » ou « Crayon ».

- Répéter y 0 40
  {
    ligne 20 y 60 y
  }

Nombres corrects mais petite erreur soit dans la commande « Ligne », soit dans la commande « Répéter ».

- Papier 0
  Crayon 100
  Répéter A 20 60
  {
    A 0 A 40
  }

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

- Papier 0
  Crayon 100
    Ligne 20 0 60 40

- Papier 0
  Crayon 100
  Répéter A 20 60
  {
    Ligne A 20 A 60
  }

Code 9 : Omission.

PROGRAMME DE COURS

Un institut d'enseignement technique propose les 12 matières suivantes dans le cadre d'un programme de 3 ans, où chaque matière est enseignée pendant une année :

	Code de la matière	**Intitulé de la matière**
1	M1	Mécanique niveau 1
2	M2	Mécanique niveau 2
3	E1	Électronique niveau 1
4	E2	Électronique niveau 2
5	C1	Études commerciales niveau 1
6	C2	Études commerciales niveau 2
7	C3	Études commerciales niveau 3
8	S1	Systèmes informatiques niveau 1
9	S2	Systèmes informatiques niveau 2
10	S3	Systèmes informatiques niveau 3
11	T1	Technologie et gestion de l'information niveau 1
12	T2	Technologie et gestion de l'information niveau 2

Question 1 : PROGRAMME DE COURS

X414Q01 - 0 1 2 9

Chaque étudiant devra suivre 4 matières par an et étudiera donc les 12 matières en 3 ans.

Les étudiants ne sont autorisés à suivre les cours de niveau supérieur dans une matière qu'à la condition d'avoir terminé le(s) niveau(x) inférieur(s) dans la même matière lors d'une année antérieure. Par exemple, vous ne pouvez suivre les Études commerciales de niveau 3 qu'après avoir terminé les Études commerciales de niveaux 1 et 2.

En outre, on ne peut suivre l'Électronique de niveau 1 qu'après avoir terminé la Mécanique de niveau 1. On ne peut suivre l'Électronique de niveau 2 qu'après avoir terminé la Mécanique de niveau 2.

Décidez quelles matières il faut proposer pour chaque année d'études, et complétez le tableau ci-dessous en y inscrivant les codes de ces matières.

	Matière 1	**Matière 2**	**Matière 3**	**Matière 4**
1e Année				
2e Année				
3e Année				

PROGRAMME DE COURS : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

Crédit complet

Code 2 : L'ordre des matières d'une même année est sans importance, mais la liste des matières de chaque année doit être celle présentée ci-dessous :

	Matière 1	**Matière 2**	**Matière 3**	**Matière 4**
1e Année	C1	M1	T1	S1
2e Année	C2	M2	E1	S2
3e Année	C3	T2	E2	S3

Crédit Partiel

Code 1 : Les matières de mécanique ne précèdent pas celles d'électronique. Toutes les autres contraintes sont respectées.

Pas de crédit

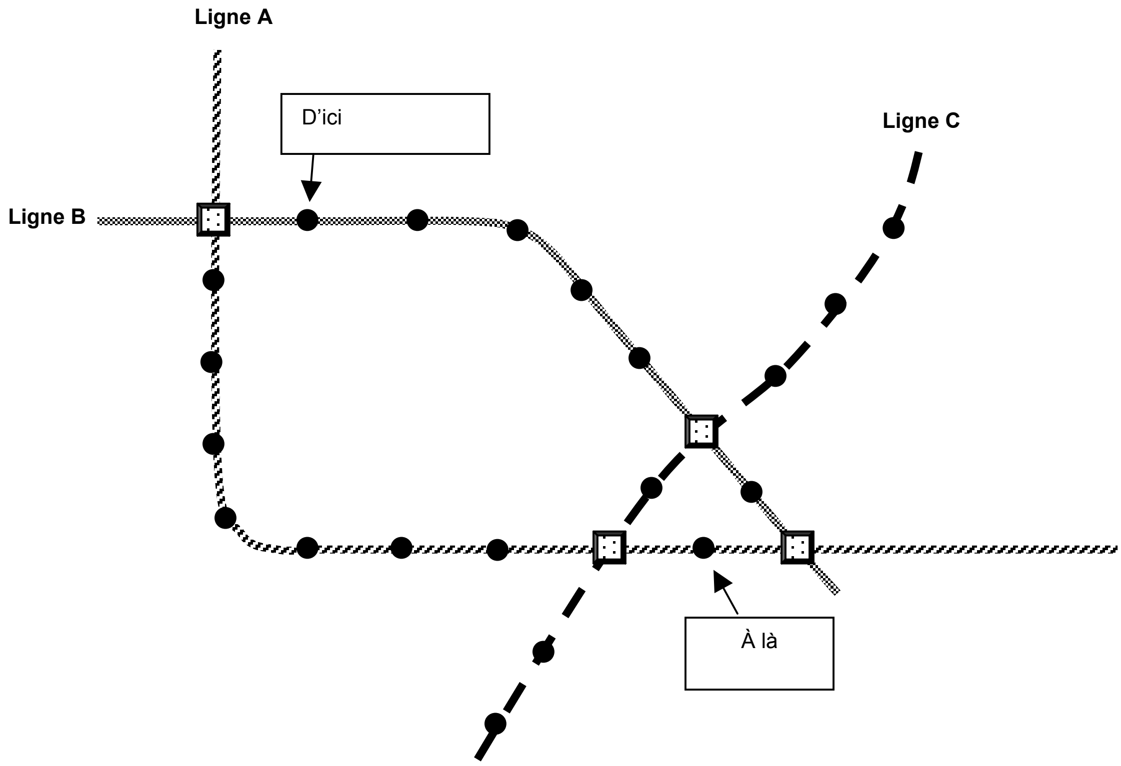
Code 0 : Autres réponses.

- Le tableau est entièrement correct, si ce n'est que « E2 » est manquant et que « E1 » est répété dans la case où « E2 » devrait apparaître (ou que cette case est vide).

Code 9 : Omission.

CORRESPONDANCES

Le schéma ci-dessous montre une section du réseau de transports publics d'une ville de Zedlande, comprenant trois lignes de métro. Il montre également l'endroit où vous vous trouvez actuellement et celui où vous devez vous rendre.



Le prix est fonction du nombre de stations traversées (sans compter la station de départ). Le coût s'élève à 1 zed par station traversée.

La durée du parcours entre deux stations successives est d'environ 2 minutes.

La durée nécessaire pour changer de ligne à une jonction est d'environ 5 minutes.

Question 1 : CORRESPONDANCES

X415Q01 - 01 02 11 12 13 21 22 99

Sur le schéma, on peut voir la station où vous vous trouvez en ce moment (« D'ici ») et celle où vous souhaitez vous rendre (« À là »). **Indiquez sur le schéma** le meilleur parcours (en termes de durée et de coût) et inscrivez, ci-dessous, le prix que vous paierez, ainsi que la durée approximative du trajet.

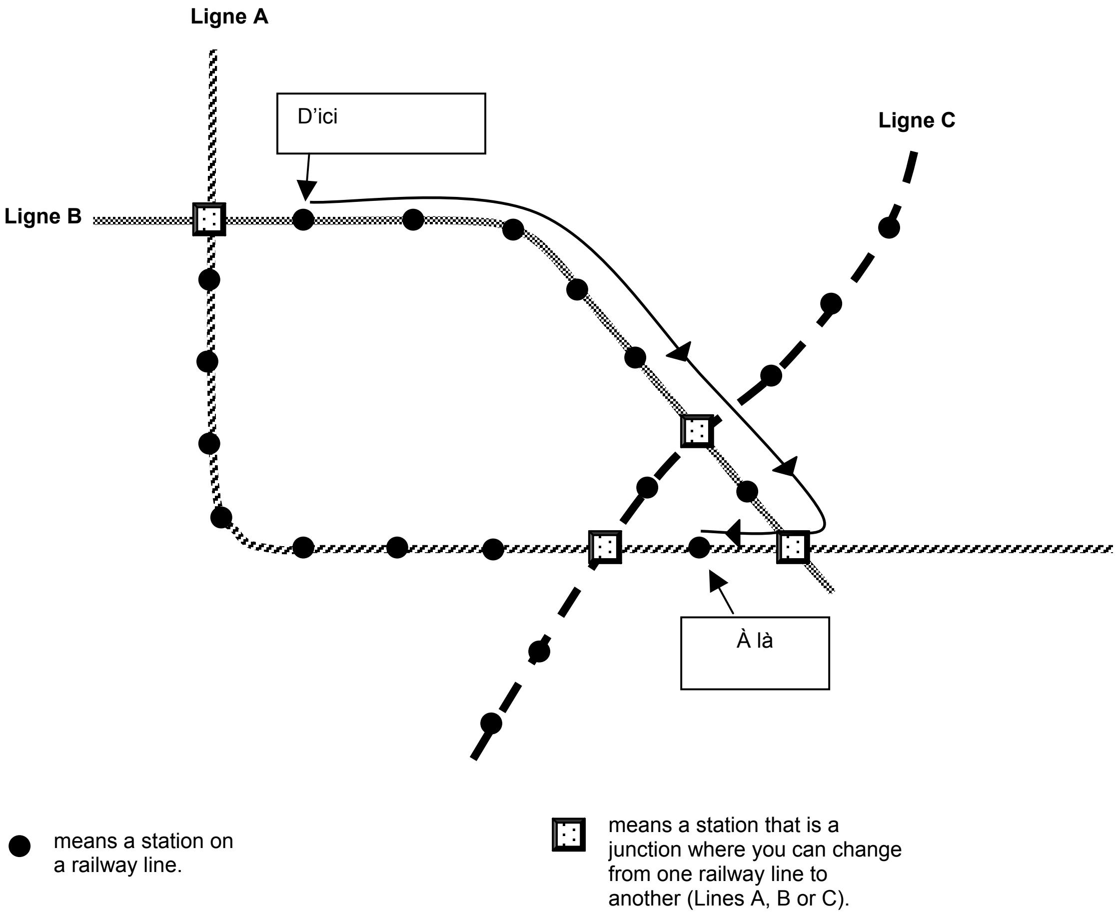
Prix : ....zeds.

Durée approximative du trajet : ....minutes.

CORRESPONDANCES : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

Crédit complet

Code 21 : Parcours comme indiqué ci-dessous. Prix : 8 zeds. Durée approximative du trajet : 21 minutes.



Code 22 : Pas de parcours indiqué ; Prix : 8 zeds ; Durée : 21 minutes

Crédit partiel

Code 11 : Le meilleur parcours est indiqué, le prix ou la durée sont corrects, mais pas les deux.

- Meilleur parcours indiqué ; Prix : 8 zeds ; Durée : 26 minutes.
- Meilleur parcours indiqué ; Prix omis ; Durée : 21 minutes.

Code 12 : Un des autres parcours possibles est indiqué et le prix et la durée correspondant à ce parcours sont corrects.

- Le parcours indiqué est celui qui commence en partant vers la gauche ; Prix : 10 zeds, Durée : 25 minutes.
- Le parcours indiqué est celui qui emprunte les lignes B, C puis A ; Prix : 8 zeds ; Durée : 26 minutes.

Code 13 : Aucun parcours n'est indiqué, mais le prix **et** la durée sont corrects pour l'un des deux autres parcours possibles.

- Pas de parcours indiqué ; Prix : 10 zeds ; Durée : 25 minutes.
- Pas de parcours indiqué ; Prix : 8 zeds ; Durée : 26 minutes.

Pas de crédit

Code 01 : Le meilleur parcours est indiqué mais ni le prix ni la durée ne sont corrects ou ils sont omis.

- Meilleur parcours indiqué ; Prix omis ; Durée : 26 minutes.

Code 02 : Autres réponses.

- Le parcours empruntant les lignes B, C puis A est indiqué ; le prix et la durée sont omis.

Code 99 : Omission. (Notez que le code 99 ne sera attribué que si aucun parcours n'a été indiqué ET que ni le prix ni la durée n'ont été fournis.)

COLONIE DE VACANCES

Les services de la ville de Zedish organisent une colonie de vacances qui durera cinq jours. Il y a 46 enfants (26 filles et 20 garçons) qui se sont inscrits à la colonie de vacances et 8 adultes (4 hommes et 4 femmes) se sont portés volontaires pour les accompagner et pour organiser la colonie.

Tableau 1 : Adultes

Mme Mariette
Mme Chantal
Mlle Greta
Mlle Lorraine
M. Simon
M. Noël
M. William
M. Pascal

Tableau 2 : Dortoirs

Dortoir	Nombre de lits
Rouge	12
Bleu	8
Vert	8
Violet	8
Orange	8
Jaune	6
Blanc	6

Règlement du dortoir :

1. Les garçons et les filles doivent dormir dans des dortoirs séparés.
2. Il faut qu'au moins un adulte dorme dans chaque dortoir.
3. L'adulte ou les adultes qui dorment dans un dortoir doivent être du même sexe que les enfants de ce dortoir.

Question 1 : COLONIE DE VACANCES

X417Q01 - 0 1 2 9

Affectation des dortoirs.
Complétez le tableau pour répartir les 46 enfants et les 8 adultes dans les dortoirs, en veillant à ce que toutes les règles soient respectées.

Dortoir	Nombre de garçons	Nombre de filles	Nom(s) de l'adulte ou des adultes
Rouge			
Bleu			
Vert			
Violet			
Orange			
Jaune			
Blanc			

COLONIE DE VACANCES : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

Crédit complet

Code 2 : Six conditions doivent être remplies :

- Le nombre total de filles doit être égal à 26.
- Le nombre total de garçons doit être égal à 20.
- Le nombre total d'adultes doit être de quatre femmes et quatre hommes.
- Le nombre total (enfants et adultes) par dortoir doit tenir compte du nombre de lits disponibles dans chaque dortoir.
- Tous les occupants d'un même dortoir doivent être de même sexe.
- Il doit y avoir au moins un adulte dans chaque dortoir auquel des enfants ont été affectés.

Crédit partiel

Code 1 : Une ou deux conditions mentionnées pour le code 2 n'ont pas été remplies. Ne pas respecter la même condition plus d'une fois sera considéré comme UNE SEULE condition non remplie.

- A oublié de compter les adultes dans le décompte des personnes par dortoir.
- Le nombre de filles et celui de garçons ont été intervertis (nombre de filles = 20, nombre de garçons = 26), mais tout le reste est correct. (À noter qu'il faut considérer ici que deux des conditions n'ont pas été remplies).
- L'élève a donné le nombre correct d'adultes par dortoir, mais ne mentionne pas leur nom ou leur sexe. (À noter que dans ce cas les conditions 3 et 5 n'ont pas été remplies.)

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

BESOINS EN ÉNERGIE

Dans ce problème, il s'agit de sélectionner les aliments qui conviennent pour satisfaire les besoins en énergie d'un habitant de la Zedlande. Le tableau ci-dessous présente les apports énergétiques quotidiens recommandés pour différentes catégories de personnes, exprimés en kilojoules (kJ).

APPORTS ÉNERGÉTIQUES QUOTIDIENS RECOMMANDÉS POUR LES ADULTES

		A HOMMES	***A FEMMES***
Âge (ans)	**Niveau d'activité**	**Apports énergétiques nécessaires (kJ)**	**Apports énergétiques nécessaires (kJ)**
De 18 à 29	Léger Modéré Intense	10 660 11 080 14 420	8 360 8 780 9 820
De 30 à 59	Léger Modéré Intense	10 450 12 120 14 210	8 570 8 990 9 790
60 et plus	Léger Modéré Intense	8 780 10 240 11 910	7 500 7 940 8 780

NIVEAU D'ACTIVITÉ SELON LA PROFESSION

Léger :	**Modéré :**	**Intense :**
Vendeur (intérieur)	Enseignant	Ouvrier (bâtiment)
Travail de bureau	Vendeur (extérieur)	Manœuvre
Ménagère	Infirmière	Sportif

Question 1 : BESOINS EN ENERGIE

X430Q01 - 0 1 9

M. David Dupont est un enseignant de 45 ans. Quel est (en kJ) l'apport énergétique quotidien recommandé pour son niveau d'activité ?

Réponse :..kilojoules.

BESOINS EN ENERGIE : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

Crédit complet

Code 1 : 12 120. Si l'élève n'a pas écrit de réponse, vérifiez s'il a entouré « 12 120 » dans le tableau.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

Jeanne Rosier est une athlète de 19 ans pratiquant le saut en hauteur. Un soir, des amis l'invitent à dîner au restaurant. La carte proposée est la suivante :

CARTE		**Estimation par Jeanne de l'apport énergétique des divers plats (kJ)**
Potages :	Soupe à la tomate	355
	Soupe de champignons à la crème	585
Plats principaux :	Poulet à la mexicaine (épicé)	960
	Poulet au gingembre des Caraïbes	795
	Brochettes de porc à l'ananas	920
Salades :	Salade de pommes de terre	750
	Salade de tomates au basilic et à la mozzarella	335
	Taboulé	480
Desserts :	Crumble aux pommes et aux framboises	1 380
	Crème au caramel	1 005
	Tarte aux pommes	565
Milk-shakes :	Parfum Chocolat	1 590
	Parfum Vanille	1 470

Le restaurant propose également un menu spécial à prix fixe.

Menu à prix fixe
50 zeds
Soupe à la tomate
Poulet au gingembre des Caraïbes
Tarte aux pommes

Question 2 : BESOINS EN ENERGIE

X430Q02 - 0 1 2 9

Jeanne tient un relevé de ce qu'elle mange chaque jour. Ce jour-là, les aliments qu'elle a déjà consommés avant le dîner ont représenté un apport énergétique total de 7 520 kJ.

Jeanne **ne** veut **pas** que son apport énergétique total soit **inférieur ou supérieur** de plus de 500 kJ **aux apports énergétiques quotidiens recommandés dans son cas**.

Déterminez si le « Menu à prix fixe » permettra à Jeanne de respecter, à ± 500 kJ près, l'apport énergétique recommandé dans son cas. Montrez comment vous avez obtenu votre réponse.

BESOINS EN ENERGIE : CONSIGNES DE CORRECTION Q 2

Crédit complet

Code 2 : Les aliments figurant au menu à prix fixe ne contiennent pas assez d'énergie pour permettre à Jeanne de se maintenir à 500 kJ près de ses besoins énergétiques. Le travail de l'élève doit mentionner :

1. Le calcul du total de l'apport en énergie du menu à prix fixe : 355 + 795 + 565 = 1 715.
2. L'identification de l'apport quotidien en énergie dont Jeanne a besoin, c'est-à-dire 9 280 kJ.
3. L'utilisation de 7 520 avec 1 715 et 9 820, montrant que Jeanne serait à plus de 500 kJ en dessous des besoins en énergie recommandés dans son cas.
4. La conclusion que le menu à prix fixe ne contient pas assez d'énergie.

- 355 + 795 + 565 = 1 715

7 520 + 1 715 = 9 235
L'apport d'énergie recommandé est de 9 820 kJ
Donc cela ne sera pas assez. (Note : le calcul de 9 820 – 9 235 = 585 n'est pas nécessaire)

Crédit partiel

Code 1 : Méthode correcte, mais avec une erreur ou une omission mineure dans l'une des étapes de calcul conduisant à une conclusion correcte ou incorrecte, mais cohérente.

- 1 715 + 7 520 = 9 235. C'est compris dans 8 780 ± 500, donc « oui ».

OU

Calculs corrects, mais l'élève conclut par « Oui » ou ne donne pas de conclusion.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses, y compris les réponses « Non » sans explication.

- Non, Jeanne ne doit pas choisir le menu à prix fixe.
- 1 715 dépasse 500 kJ, donc Jeanne ne doit pas choisir ce menu.

OU

Raisonnement correct en langage courant, mais aucun chiffre n'est donné. Le code 1 nécessite donc que l'élève fournisse des chiffres à l'appui de sa réponse.

- Le menu à prix fixe ne contient pas assez de kJ, donc Jeanne ne doit pas le choisir.

Code 9 : Omission.

SORTIE AU CINÉMA

Dans cet exercice, il s'agit de trouver une date et une heure appropriées pour aller au cinéma.

Julien a 15 ans. Il veut organiser une sortie au cinéma avec deux de ses copains du même âge que lui, pendant la prochaine semaine de vacances scolaires. Les vacances commencent le samedi 24 mars et se terminent le dimanche 1^er^ avril.

Julien demande à ses camarades quels sont les jours et les heures qui leur conviennent pour cette sortie. Il a reçu les informations suivantes :

***François :** « Je dois rester chez moi le lundi et le mercredi après-midi de 14h30 à 15h30 pour mes leçons de musique. »*

***Simon :** « Je dois rendre visite à ma grand-mère les dimanches, donc les dimanches sont exclus. J'ai déjà vu Pokamin et je ne veux pas le revoir. »*

Julien doit choisir un film qui ne soit pas interdit aux jeunes de son âge et ses parents insistent pour qu'il ne rentre pas à pied ; ils proposent de ramener les garçons chez eux à n'importe quelle heure jusqu'à 10 heures du soir.

Julien se renseigne sur les programmes de cinéma pour la semaine de vacances. Voici les informations qu'il a recueillies :

CINÉMA TIVOLI

Réservations au numéro : 08 00 42 30 00
Infos 24h/24 : 08 00 42 00 01
Promotion spéciale les mardis : tous les films à 3,00 euros

Programme en vigueur à partir du vendredi 23 mars, pour deux semaines :

Enfants sur la Toile		**Pokamin**	
113 min 14h00 (lun.-ven. seulement) 21h35 (sam./dim. seulement)	Interdit aux moins de 12 ans.	105 min 13h40 (tous les jours) 16h35 (tous les jours)	Accord parental souhaitable. Pour tous, mais certaines scènes peuvent heurter la sensibilité des plus jeunes.
Les monstres des profondeurs		**Enigma**	
164 min 19h55 (ven./sam. seulement)	Interdit aux moins de 18 ans.	144 min 15h00 (lun.-ven. Seulement) 18h00 (sam./dim. Seulement)	Interdit aux moins de 12 ans.
Carnivore		**Le Roi de la savane**	
148 min 18h30 (tous les jours)	Interdit aux moins de 18 ans.	117 min 14h35 (lun.-ven. Seulement) 18h50 (sam./dim. Seulement)	Pour tous.

Question 1 : SORTIE AU CINÉMA

X601Q01

En tenant compte des renseignements que Julien a recueillis sur le programme de cinéma et auprès de ses copains, le(s)quel(s) des six films Julien et ses amis peuvent-ils envisager d'aller voir ?

Entourez « Oui » ou « Non » pour chacun des films.

Film	Les trois garçons peuvent-ils envisager d'aller voir le film ?
Enfants sur la Toile	Oui / Non
Les monstres des profondeurs	Oui / Non
Carnivore	Oui / Non
Pokamin	Oui / Non
Enigma	Oui / Non
Le Roi de la savane	Oui / Non

SORTIE AU CINÉMA : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

Crédit complet

Code 2 : Dans l'ordre : Oui, Non, Non, Non, Oui, Oui.

Crédit partiel

Code 1 : Une réponse incorrecte.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

Question 2 : SORTIE AU CINÉMA

X601Q02

Si les trois garçons décidaient d'aller voir « Enfants sur la Toile », laquelle des dates suivantes leur conviendrait ?

A Le lundi 26 mars.
B Le mercredi 28 mars.
C Le vendredi 30 mars.
D Le samedi 31 mars.
E Le dimanche 1er avril.

SORTIE AU CINÉMA : CONSIGNES DE CORRECTION Q 2

Crédit complet

Code 1 : C. Le vendredi 30 mars.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

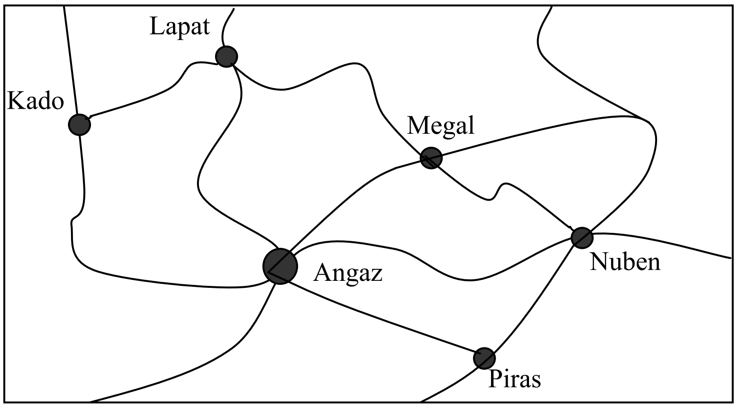
Code 9 : Omission.

VACANCES

Dans ce problème, il s'agit de déterminer le meilleur itinéraire de vacances.

Les documents 1 et 2 présentent une carte de la région et les distances entre les villes.

Document 1 : Carte des routes d'une ville à l'autre.



Document 2 : Distances routières les plus courtes entre les villes, exprimées en kilomètres.

	Angaz	Kado	Lapat	Megal	Nuben	Piras
Angaz						
Kado	550					
Lapat	500	300				
Megal	300	850	550			
Nuben	500		1000	450		
Piras	300	850	800	600	250	

Question 1 : VACANCES

X602Q01 - 0 1 9

Calculez la plus courte distance par route entre Nuben et Kado.

Distance : ....kilomètres.

VACANCES : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

Crédit complet

Code 1 : 1 050 kilomètres.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.
- Nuben – Angaz – Kado, pas de distance fournie.

Code 9 : Omission.

Question 2 : VACANCES

X602Q02 - 0 1 2 9

Zoé habite à Angaz. Elle veut visiter Kado et Lapat. Elle ne peut pas faire **plus de 300 kilomètres** par jour, mais elle peut couper ses trajets en campant, pour la nuit, n'importe où entre deux villes.

Zoé restera **deux nuits** dans chaque ville, de manière à pouvoir passer chaque fois une journée entière à les visiter.

Donnez l'itinéraire de Zoé en remplissant le tableau ci-dessous pour indiquer où elle passera chacune des nuits.

Jour	Logement pour la nuit
1	Camping entre Angaz et Kado.
2	
3	
4	
5	
6	
7	Angaz

VACANCES : CONSIGNES DE CORRECTION Q 2

Note de correction :

> Si l'élève fournit une réponse du style « Visite de XYZ » à l'une ou l'autre ligne du tableau, il faudra l'interpréter comme signifiant : « Logement pour la nuit dans la ville XYZ ».

Crédit complet

Code 2 : Tableau complété comme suit :

Jour	Logement pour la nuit
1	Camping entre Angaz et Kado
2	Kado
3	Kado
4	Lapat
5	Lapat
6	Camping entre Lapat et Angaz. (OU simplement « Camping »).
7	Angaz

Crédit Partiel

Code 1 : Une erreur. On entend par erreur le fait qu'une des réponses données dans le tableau n'est pas correcte par rapport au jour correspondant.

- Pour le troisième jour, l'élève a inscrit « Visite de Lapat »
- Un nom de ville a été inscrit pour le jour 6.
- Pas de réponse pour le jour 6.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

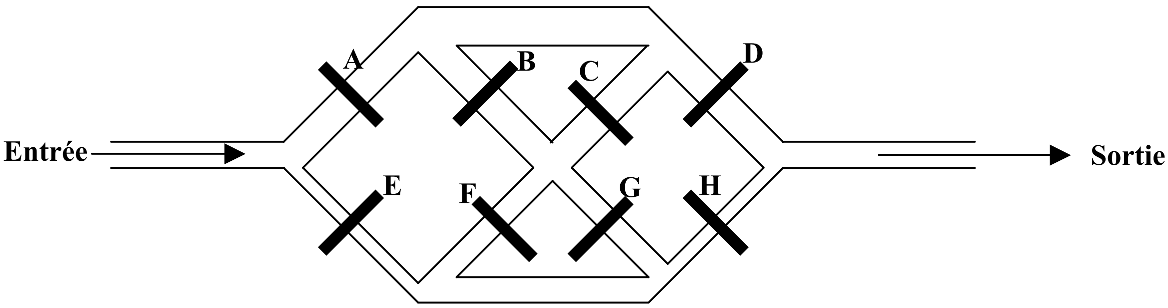
Code 9 : Omission.

IRRIGATION

Le schéma ci-dessous représente un système de canaux destiné à l'irrigation de parcelles cultivées. Les vannes A à H peuvent être ouvertes ou fermées pour amener l'eau là où elle est nécessaire. Quand une vanne est fermée, l'eau ne passe pas.

Dans ce problème, il s'agit d'identifier une vanne qui est bloquée, empêchant l'eau de s'écouler au travers du système de canaux.

Schéma 1 : Un système de canaux d'irrigation



Michel a remarqué que l'eau ne s'écoulait pas toujours là où elle était censée le faire.

Il pense qu'une des vannes est bloquée en position fermée, de sorte qu'elle ne s'ouvre pas, même lorsqu'on en commande l'ouverture.

Question 1 : IRRIGATION

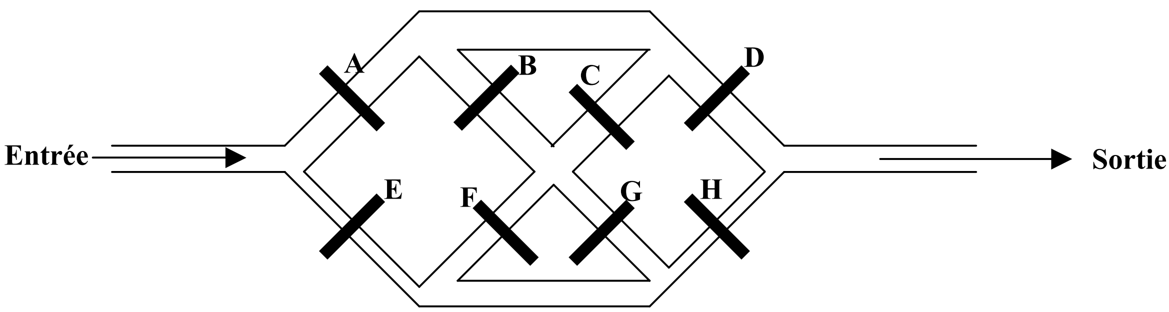
X603Q01 - 0 1 9

Michel utilise les réglages présentés par le tableau 1 pour tester le fonctionnement des vannes.

Tableau 1 : Réglages des vannes

A	B	C	D	E	F	G	H
Ouverte	Fermée	Ouverte	Ouverte	Fermée	Ouverte	Fermée	Ouverte

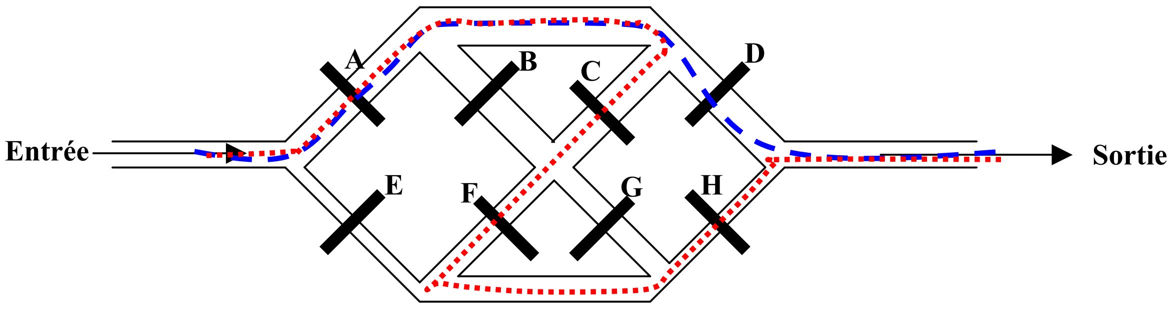
Compte tenu des réglages qui figurent au tableau 1, et en supposant que toutes les vannes fonctionnent correctement, tracez **sur le schéma ci-dessous** tous les chemins possibles par où l'eau peut s'écouler.



IRRIGATION : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

Crédit complet

Code 1 : Dessine les tracés comme indiqué ci-dessous:



Notes de correction :

Ignorer toute indication des directions de l'écoulement de l'eau.

Noter que la réponse peut être donnée SUR LE SCHÉMA FOURNI, OU SUR LE SCHÉMA 1, OU EN LANGAGE ÉCRIT, OU PAR DES FLÈCHES.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

Question 2 : IRRIGATION

X603Q02

Michel s'aperçoit que, quand les vannes sont réglées comme indiqué dans le tableau 1, il n'y a pas d'eau qui s'écoule à la sortie, indiquant qu'au moins une des vannes réglées en « position ouverte » est en fait bloquée en position fermée.

Pour chacune des pannes décrites ci-dessous, indiquez si l'eau s'écoulera jusqu'à la sortie. Entourez « Oui » ou « Non » pour chaque panne.

Panne	L'eau s'écoulera-t-elle jusqu'à la sortie ?
La vanne **A** est bloquée en position fermée. Toutes les autres vannes fonctionnent correctement selon les réglages du tableau 1.	Oui / Non
La vanne **D** est bloquée en position fermée. Toutes les autres vannes fonctionnent correctement selon les réglages du tableau 1.	Oui / Non
La vanne **F** est bloquée en position fermée. Toutes les autres vannes fonctionnent correctement selon les réglages du tableau 1.	Oui / Non

IRRIGATION : CONSIGNES DE CORRECTION Q 2

Crédit complet

Code 1 : Dans l'ordre : Non, Oui, Oui.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

Question 3 : IRRIGATION

X603Q03 - 0 1 9

Michel veut pouvoir tester si la **vanne D** est bloquée en position fermée.

Dans le tableau ci-dessous, indiquez comment devront être réglées les vannes pour savoir si la **vanne D** est bloquée en position fermée alors qu'on l'a réglée en « position ouverte ».

Réglages des vannes (« Ouverte » ou « Fermée » pour chacune)

A	B	C	D	E	F	G	H

IRRIGATION : CONSIGNES DE CORRECTION Q 3

Crédit complet

Code 1 : Dans le réglage proposé, les vannes A et E ne doivent pas être toutes les deux fermées. D doit être ouverte. H ne peut être ouverte que si l'eau ne peut pas l'atteindre (par ex., si les réglages des autres vannes empêchent l'eau d'atteindre H). Sinon, H doit être fermée.

- H est fermée, toutes les autres vannes sont ouvertes.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

Annexe 13 – Étude sur les déterminants cognitifs des acquis des élèves en mathématiques :

« Résolution de problèmes »
et
« Culture Mathématique »

David IMBERT, Anne-Laure GILET & Agnès FLORIN

Laboratoire de Psychologie - Labécd (EA3259)

Université de Nantes - Octobre 2006

RAPPORT À :

DIRECTION DE L'ÉVALUATION, DE LA PROSPECTIVE ET DE LA PERFORMANCE

Convention n° 1232

En psychologie, depuis les travaux de Jean Piaget et la publication de l'ouvrage « la genèse du nombre » (Piaget & Szeminska, 1941), les perspectives de recherche dans le domaine numérique se sont diversifiées. Elles n'ont cessé de croître en examinant les processus sous-jacents aux activités étudiées, telles que les compétences précoces des nourrissons (e.g. Simon, 1997), la chaîne numérique (e.g. Fuson, Richards & Briars, 1982), les procédures de quantification et notamment le comptage (e.g. Gelman & Gallistel, 1978), le transcodage numérique (e.g. Barrouillet, Camos, Perruchet & Seron, 2004) ou la résolution de problèmes arithmétiques (e.g. Masse & Lemaire, 2001).

Cette diversité d'habiletés et de perspectives de recherches semble néanmoins fondée sur une question centrale : Quels sont les facteurs ou processus cognitifs impliqués dans les activités numériques ? Pour répondre à cette question, de nombreuses recherches visent à mettre en évidence l'influence de capacités générales de traitement de l'information sur les traitements numériques (Adams & Hitch, 1997 ; Ashcraft, 1992, 1995 ; Bernoussi, 2002 ; Camos, Barrouillet & Fayol, 2001 ; Camos, Fayol & Barrouillet, 1999 ; Geary, Hamson & Hoard, 2000 ; Imbert, 2003 ; Klein & Bisanz, 2000). Une autre perspective de recherche possible est de comparer les performances obtenues par des enfants dans deux domaines de compétences distincts afin de déterminer les processus cognitifs communs et spécifiques à ces domaines et de mieux comprendre les déterminants cognitifs des acquis des élèves en mathématiques.

Avant d'aborder de façon plus précise le domaine numérique et plus particulièrement la résolution de problèmes arithmétiques, il est nécessaire d'aborder la théorie piagétienne parce qu'elle a contribué à la compréhension du développement cognitif de l'enfant, mais également et plus précisément à la compréhension du développement du nombre. Selon Piaget et Szeminska (1941), la structure du nombre n'est pas une structure logique en soi, mais résulte de la synthèse des deux autres structures logiques : la sériation (qui sert à comprendre l'ordinalité) et la classification (qui permet de comprendre la cardinalité). Ainsi, « *le résultat principal auquel nous avons été conduits est que cette structure s'élabore par la synthèse, en un seul système, de deux structures plus simples, qui sont le « groupement » de l'inclusion des classes (A + A' = B ; B + B' = C ; C + C' = D ; etc.) et celui de la sériation ou des relations* *d'ordre (A – A' – B' – C' - , etc.). Il n'y a donc pas construction du nombre cardinal à part ni du nombre ordinal à part, mais tous deux se constituent de façon indissociable (dans le fini) à partir de la réunion des classes et des relations d'ordre.* » (Piaget & Szeminska, 1941, p. 9).

Par rapport à la théorie piagétienne, l'approche cognitiviste s'attache à comprendre le traitement par le sujet de l'information dans toute sa complexité, sans se limiter à saisir les seules composantes opératoires. Cette approche tient alors compte de la coordination par le sujet de différentes connaissances (mathématiques, linguistiques…). Pour illustrer cette approche, Mayer (1985) distingue quatre étapes dans le traitement d'un problème mathématique. Ainsi, chaque proposition du problème est d'abord traduite en une représentation interne supposant des connaissances linguistiques et factuelles. Puis, ces différentes propositions sont rassemblées au sein d'une représentation cohérente ce qui suppose la connaissance de formes typiques de problèmes (mathématiques) par l'enfant. Celui-ci est alors capable d'élaborer une stratégie de résolution de ce problème. Enfin les calculs sont réalisés selon la stratégie choisie. Toutefois, centrés sur les procédures, certains modèles négligent l'objet même des opérations mathématiques : le nombre. Ainsi, Stern (1993) tente de comprendre comment la structure de l'énoncé d'un problème influe sur les réponses proposées par l'enfant et explique que, par exemple, l'addition et la soustraction sont comprises comme des processus indépendants et non comme des opérations réciproques. Selon Grégoire (1996), ce type d'approche qui ne traite la question que de façon périphérique « *semble ignorer totalement les travaux de Piaget* (et) *est conduite à redécouvrir de manière embryonnaire les fondements opératoires du nombre et des opérations décrites à Genève voici plusieurs décennies. »* (Grégoire, 1996, p.35).

De plus, concernant la résolution de problèmes arithmétiques, les chercheurs s'accordent sur le fait que la difficulté de résolution ne peut se réduire à la seule opération mise en jeu. Ainsi, Fayol (1990) souligne que la signification des problèmes et l'impact de la formulation des énoncés constituent des déterminants primordiaux de la difficulté d'un problème arithmétique. Riley, Greeno et Helder (1983) dégagent quatre types de problèmes additifs : 1) problèmes de type « changement » impliquant une transformation appliquée à un état initial et aboutissant à un état final ; 2) les problèmes de type « combinaison » qui nécessitent une réunion de deux collections ; 3) les problèmes de type « comparaison » et 4) les problèmes de type « égalisation » nécessitant une transformation de l'un des deux termes.

Ce type de taxonomie renvoie à un certain nombre d'obstacles à la résolution de problèmes. Outre le manque d'expertise face à la tâche qui renvoie à une surcharge mentale continuelle, les enfants sont susceptibles de faire preuve d'une forme de rigidité mentale (ancrage dans le contexte) qui les conduit à n'envisager comme solution à un problème nouveau que celle qui a été utilisée avec succès précédemment. Ainsi, les erreurs commises par les enfants sont en partie la conséquence du caractère stéréotypé des problèmes auxquels ils sont généralement confrontés à l'école, qui ne contiennent le plus souvent que les informations nécessaires à la résolution, ce qui nécessite moins de charge cognitive (mémoire de travail, ressources attentionnelles…) que les problèmes proches de la vie quotidienne. De plus, un obstacle supplémentaire à la résolution de problème peut être mis en évidence : les déficiences métacognitives. Les enfants possèderaient des connaissances et des compétences, mais ne sauraient pas comment les utiliser et les transférer. Autrement dit, la réussite des individus serait sous-tendue par la connaissance et la compréhension des processus de pensée mis en œuvre lors de la résolution de problèmes.

OBJECTIFS DE LA RECHERCHE

Sous l'égide de l'OCDE, l'évaluation internationale PISA mesure et compare les performances obtenues par des élèves de 15 ans dans les quatre domaines suivants : « Culture Mathématique, Culture Scientifique, Compréhension de l'écrit et Résolution de problèmes » dans de nombreux pays (41 pays pour PISA 2003). La note d'évaluation DEP (du 4-12-04) rend compte du fait qu'une étude plus précise du domaine des mathématiques a été effectuée lors de PISA 2003.

Dans cette perspective, les résultats obtenus par les élèves de 15 ans dans l'évaluation PISA sont particulièrement intéressants. En effet il semble que, de manière générale, les élèves de 15 ans obtiennent de meilleures performances en « Résolution de problèmes » qu'en « Culture Mathématique ». Pour rappel, le volet « Résolution de problèmes » *« évalue la capacité des élèves, à partir d'une situation concrète, à prendre en compte des contraintes spécifiques, à trier et organiser les données de façon logique en vue de résoudre un problème ne relevant pas d'une discipline particulière »* tandis que la « Culture Mathématique », évaluée par PISA est *« l'aptitude d'un individu à identifier et comprendre le rôle des mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos, et à s'engager* *dans des activités mathématiques en fonction des exigences de sa vie, en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi ».* (Note évaluation DEP du 04-12-04)

Ces définitions, notamment celle de la « Culture Mathématique », laissent alors apparaître que les activités évaluées sont parfois plus proches de celles de la vie quotidienne que de celles enseignées à l'école (e.g. prévisions météo) et sont surtout très diversifiées (langage mathématique, opérations, déterminer des questions à caractère mathématique, exercices à support mathématique, travail sur les nombres, probabilités, etc.). D'ailleurs, le domaine « Culture Mathématique » est découpé en quatre champs plus précis : Espace et formes, Variations et relations, Quantité et Incertitude. De plus, la présence d'une grande variété d'items dans chacun de ces domaines n'exclut pas la mise en évidence de processus ou de stratégies de résolutions communes. Ainsi, si les résultats généraux mettaient en évidence le fait que les élèves de 15 ans obtiennent de meilleures performances en « Résolution de problèmes » qu'en « Culture Mathématique », l'objectif général de notre étude vise à déterminer quels sont les processus cognitifs spécifiques et communs à ces domaines et sous-domaines de compétences afin de mieux comprendre les déterminants cognitifs des acquis des élèves en mathématiques.

Pour répondre à cet objectif général, trois axes majeurs seront développés. Le premier, essentiellement descriptif, renvoie à une nouvelle analyse des données existantes de l'évaluation PISA 2003 afin de définir précisément les compétences mathématiques sous-jacentes aux quatre sous-domaines décrits ci-dessus mais également le type d'items regroupés sous l'intitulé « Résolution de problèmes ». Cette analyse sera sous-tendue par deux objectifs : a) déterminer le type de compétences évaluées par les exercices proposés et b) mettre en évidence les processus mentaux sous-jacents nécessaires à la résolution de ces exercices. En fonction des résultats obtenus, ce premier axe pourrait éventuellement permettre de dégager des blocs de compétences à posteriori ou encore de s'attarder sur certains items particuliers.

A partir des regroupements précédemment effectués sur la base des processus et stratégies impliqués dans les différentes activités, deux analyses constitueront le deuxième axe de cette recherche. Il s'agira ainsi de présenter une analyse descriptive des performances obtenues par les enfants de 15 ans dans chacun des blocs de compétences dégagés. Par la suite, l'analyse se focalisera sur la mise en exergue des processus spécifiques et communs à la résolution de problèmes et au traitement des activités numériques.

Enfin, un dernier axe sera consacré à des comparaisons plus fines impliquant des variables liées aux sujets (sexe et niveau scolaire). En effet, de nombreuses études montrent une différence de performances en mathématiques liée au sexe et ce, en faveur des garçons (cf. données OCDE, UNICEF, etc.), cet écart se retrouve d'ailleurs dans les résultats PISA 2003. Cependant, aucune différence significative n'est observée en résolution de problèmes, ce qui laisse supposer que ces deux domaines de compétences sont sous-tendus, au moins partiellement, par des processus spécifiques. Par ailleurs, l'échantillon des élèves de 15 ans ayant participé à l'évaluation PISA 2003 est constitué principalement d'enfants qualifiés de « à l'heure » et de « en retard ». L'hypothèse avancée est qu'il existe une interaction entre le niveau scolaire et les processus impliqués. L'analyse s'attachera à montrer que les élèves « en retard » présentent une structuration cognitive différente des élèves « à l'heure ».

MÉTHODE

Ce travail est essentiellement fondé sur l'évaluation internationale PISA 2003 qui mesure et compare les performances obtenues par des élèves de 15 ans dans les quatre domaines suivants : « Culture Mathématique, Culture Scientifique, Compréhension de l'écrit et Résolution de problèmes » dans 41 pays.

Plus précisément, ce travail s'attache à l'analyse comparée de deux domaines spécifiques à savoir « Culture Mathématique » et « Résolution de problèmes ». La « Culture mathématique » évaluée par Pisa 2003 est définie comme « *l'aptitude d'un individu à identifier et comprendre le rôle des mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos, et à s'engager dans des activités mathématiques en fonction des exigences de sa vie, en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi ».* (Note évaluation DEP du 04-12-04). Ce domaine a été découpé en quatre champs distincts : espace et formes, variations et relations, quantité et incertitude. Avant de poursuivre, il convient de définir plus finement les divers domaines considérés.

1. ***MATÉRIEL***

1.1 ÉVALUATION DE LA "CULTURE MATHÉMATIQUE"

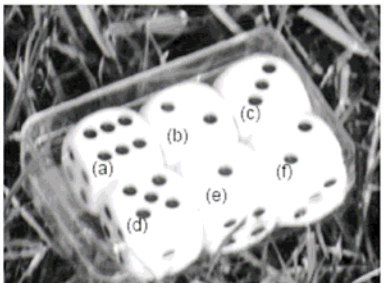
- **Espace et formes** : ce champ est constitué d'exercices très divers dont le support est généralement géométrique mais il ne s'agit à proprement dit d'exercices de géométrie tels que ceux proposés en France. A titre d'exemple, l'item M145Q01 « Dés » est présenté ci-dessous.

DÉS

Question 1 : DÉS *M145Q01*

Sur la photographie ci-dessous, vous apercevez six dés, correspondant aux lettres (a) à (f). Il existe une règle commune à tous les dés :

la somme des points figurant sur deux faces opposées de chaque dé est toujours égale à sept.

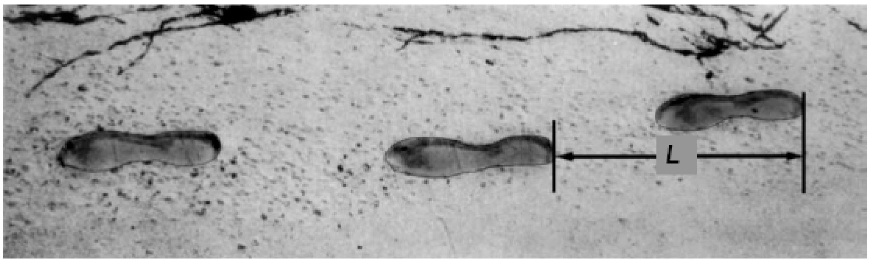


Écrivez dans chacune des cases le nombre de points qui figurent sur la **face inférieure** de chaque dé de la photo.

(a)	(b)	(c)
(d)	(e)	(f)

- **Variations et relations** : les items regroupés dans ce domaine constituent des tâches très variées comme lire, interpréter, exploiter une représentation graphique (quelle que soit sa forme), appliquer une relation ou établir une expression algébrique. A titre d'exemple, l'item M124Q01 « Marche à pied » est présenté ci-dessous.

MARCHE A PIED



L'image montre les traces de pas d'un homme en train de marcher. La longueur de pas L est la distance entre l'arrière de deux traces de pas consécutives.

Pour les hommes, la formule $\frac{n}{L} = 140$ donne un rapport approximatif entre n et L,

où :

n = nombre de pas par minute,

L = longueur de pas en mètres.

Question 1 : MARCHE À PIED *M124Q01 - 0 1 2 9*

Si la formule s'applique à la façon de marcher d'Henri et qu'Henri fait 70 pas par minute, quelle est la longueur de pas d'Henri ? Montrez vos calculs.

- **Quantité** : sous cette appellation, les questions ont principalement trait au travail sur les nombres entiers et décimaux ainsi qu'au dénombrement. A titre d'exemple, l'item M413Q01 « Taux de change » est présenté ci-dessous.

TAUX DE CHANGE

Mademoiselle Mei-Ling, de Singapour, prépare un séjour de 3 mois en Afrique du Sud dans le cadre d'un échange d'étudiants. Elle doit changer des dollars de Singapour (SGD) en rands sud-africains (ZAR).

Question 1 : TAUX DE CHANGE *M413Q01 - 0 1 9*

Mei-Ling a appris que le taux de change entre le dollar de Singapour et le rand sud-africain est de :

1 SGD = 4,2 ZAR.

Mei-Ling a changé 3 000 dollars de Singapour en rands sud-africains à ce taux de change.

Combien Mei-Ling a-t-elle reçu de rands sud-africains ?

Réponse : ....

TAUX DE CHANGE : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

Crédit complet

Code 1 : 12 600 ZAR (l'unité n'est pas exigée).

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

Question 2 : TAUX DE CHANGE *M413Q02 - 0 1 9*

Lorsque Mei-Ling rentre à Singapour après 3 mois, il lui reste 3 900 ZAR. Elle les reconvertit en dollars de Singapour, constatant que le taux de change a évolué et est à présent de :

1 SGD = 4,0 ZAR.

Combien Mei-Ling reçoit-elle de dollars de Singapour ?

Réponse : ....

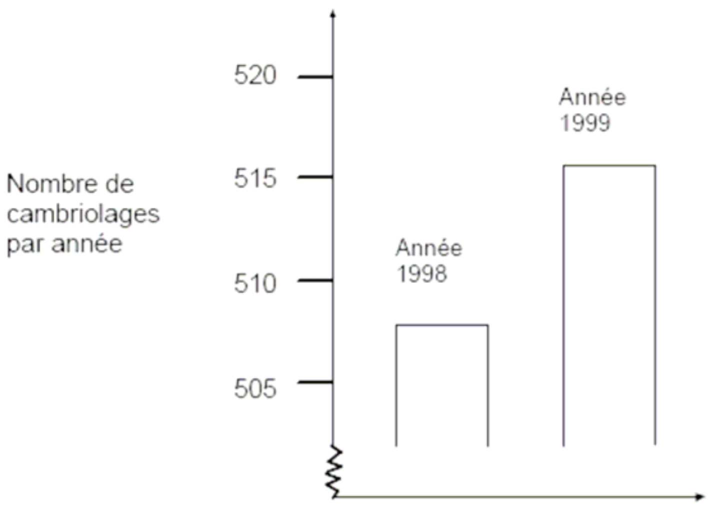
- **Incertitude** : ce champ de « Culture Mathématique » est constitué de deux grands domaines que sont les statistiques (lecture et/ou interprétation de relevés statistiques présentés sous différentes formes, utilisation de caractéristiques de position d'une série statistique, lecture critique d'une représentation graphique) et les probabilités (sondages, lancers de dés …). A titre d'exemple, l'item M179Q01 « Cambriolages » est présenté ci-dessous.

CAMBRIOLAGES

Question 1 : CAMBRIOLAGES *M179Q01 - 01 02 03 04 11 12 21 22 23 99*

Lors d'une émission télévisée, un journaliste montre ce graphique et dit :

« Ce graphique montre qu'il y a eu une très forte augmentation du nombre de cambriolages entre 1998 et 1999. »



Considérez-vous que l'affirmation du journaliste est une interprétation correcte de ce graphique ? Justifiez votre réponse par une explication.

1.2 ÉVALUATION DE LA "RÉSOLUTION DE PROBLÈMES"

Le domaine « Résolution de problèmes » *« évalue la capacité des élèves, à partir d'une situation concrète, à prendre en compte des contraintes spécifiques, à trier et organiser les données de façon logique en vue de résoudre un problème ne relevant pas d'une discipline particulière »* (Note évaluation DEP du 04-12-04). L'évaluation des compétences des élèves dans ce domaine a été concentrée sur trois types de problèmes : la prise de décision compte-tenu de contraintes, l'évaluation ou la conception de systèmes dans un contexte donné ou encore l'analyse des dysfonctionnements d'un système sur la base de symptômes donnés. L'ensemble de ces types de problèmes recouvre des caractéristiques particulières tant au point de vue des objectifs, des processus nécessaires à leur résolution et de leurs sources de difficulté. Toutefois, il s'agit d'une manière générale de mettre en œuvre des processus de compréhension, d'identification des contraintes, des composantes pertinentes ou des variables, d'élaboration de représentation adéquate et cohérente des situations problèmes, d'analyse et de choix puis de vérification et d'évaluation et enfin de communication efficace et de justification de la solution proposée. De la même manière, les sources de difficultés ont trait au nombre de contraintes, de variables interdépendantes et leur mode d'interaction ainsi qu'au nombre et au type de représentations (verbales, graphiques et numériques). Un item issu de chacun des champs du domaine « Résolution de problèmes » est présenté à titre d'exemple ci-après.

Exemple de problème de prise de décision :

SORTIE AU CINÉMA

Dans cet exercice, il s'agit de trouver une date et une heure appropriées pour aller au cinéma.

Julien a 15 ans. Il veut organiser une sortie au cinéma avec deux de ses copains du même âge que lui, pendant la prochaine semaine de vacances scolaires. Les vacances commencent le samedi 24 mars et se terminent le dimanche 1er avril.

Julien demande à ses camarades quels sont les jours et les heures qui leur conviennent pour cette sortie. Il a reçu les informations suivantes :

***François** : « Je dois rester chez moi le lundi et le mercredi après-midi de 14h30 à 15h30 pour mes leçons de musique. »*

***Simon** : « Je dois rendre visite à ma grand-mère les dimanches, donc les dimanches sont exclus. J'ai déjà vu Pokamin et je ne veux pas le revoir. »*

Julien doit choisir un film qui ne soit pas interdit aux jeunes de son âge et ses parents insistent pour qu'il ne rentre pas à pied ; ils proposent de ramener les garçons chez eux à n'importe quelle heure jusqu'à 10 heures du soir.

Julien se renseigne sur les programmes de cinéma pour la semaine de vacances. Voici les informations qu'il a recueillies :

CINÉMA TIVOLI

Réservations au numéro : 08 00 42 30 00
Infos 24h/24 : 08 00 42 00 01
Promotion spéciale les mardis : tous les films à 3,00 euros

Programme en vigueur à partir du vendredi 23 mars, pour deux semaines :

Enfants sur la Toile 113 min 14h00 (lun.-ven. seulement) 21h35 (sam./dim. seulement)	Interdit aux moins de 12 ans.	**Pokamin** 105 min 13h40 (tous les jours) 16h35 (tous les jours)	Accord parental souhaitable. Pour tous, mais certaines scènes peuvent heurter la sensibilité des plus jeunes.
Les monstres des profondeurs 164 min 19h55 (ven./sam. seulement)	Interdit aux moins de 18 ans.	**Enigma** 144 min 15h00 (lun.-ven. Seulement) 18h00 (sam./dim. Seulement)	Interdit aux moins de 12 ans.
Carnivore 148 min 18h30 (tous les jours)	Interdit aux moins de 18 ans.	**Le Roi de la savane** 117 min 14h35 (lun.-ven. Seulement) 18h50 (sam./dim. Seulement)	Pour tous.

Question 1 : SORTIE AU CINÉMA

X601Q01

En tenant compte des renseignements que Julien a recueillis sur le programme de cinéma et auprès de ses copains, le(s)quel(s) des six films Julien et ses amis peuvent-ils envisager d'aller voir ?

Entourez « Oui » ou « Non » pour chacun des films.

Film	Les trois garçons peuvent-ils envisager d'aller voir le film ?
Enfants sur la Toile	Oui / Non
Les monstres des profondeurs	Oui / Non
Carnivore	Oui / Non
Pokamin	Oui / Non
Enigma	Oui / Non
Le Roi de la savane	Oui / Non

Exemple de problème de conception et d'analyse de systèmes :

COLONIE DE VACANCES

Les services de la ville de Zedish organisent une colonie de vacances qui durera cinq jours. Il y a 46 enfants (26 filles et 20 garçons) qui se sont inscrits à la colonie de vacances et 8 adultes (4 hommes et 4 femmes) se sont portés volontaires pour les accompagner et pour organiser la colonie.

Tableau 1 : Adultes

Mme Mariette
Mme Chantal
Mlle Greta
Mlle Lorraine
M. Simon
M. Noël
M. William
M. Pascal

Tableau 2 : Dortoirs

Dortoir	Nombre de lits
Rouge	12
Bleu	8
Vert	8
Violet	8
Orange	8
Jaune	6
Blanc	6

Règlement du dortoir :

1. Les garçons et les filles doivent dormir dans des dortoirs séparés.
2. Il faut qu'au moins un adulte dorme dans chaque dortoir.
3. L'adulte ou les adultes qui dorment dans un dortoir doivent être du même sexe que les enfants de ce dortoir.

Question 1 : COLONIE DE VACANCES *X417Q01 - 0 1 2 9*

Affectation des dortoirs.

Complétez le tableau pour répartir les 46 enfants et les 8 adultes dans les dortoirs, en veillant à ce que toutes les règles soient respectées.

Dortoir	Nombre de garçons	Nombre de filles	Nom(s) de l'adulte ou des adultes
Rouge			
Bleu			
Vert			
Violet			
Orange			
Jaune			
Blanc			

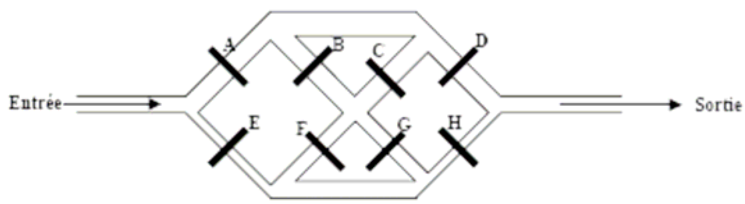
Exemple de problème de traitement de dysfonctionnements :

IRRIGATION

Le schéma ci-dessous représente un système de canaux destiné à l'irrigation de parcelles cultivées. Les vannes A à H peuvent être ouvertes ou fermées pour amener l'eau là où elle est nécessaire. Quand une vanne est fermée, l'eau ne passe pas.

Dans ce problème, il s'agit d'identifier une vanne qui est bloquée, empêchant l'eau de s'écouler au travers du système de canaux.

Schéma 1 : Un système de canaux d'irrigation



Michel a remarqué que l'eau ne s'écoulait pas toujours là où elle était censée le faire.

Il pense qu'une des vannes est bloquée en position fermée, de sorte qu'elle ne s'ouvre pas, même lorsqu'on en commande l'ouverture.

Question 1 : IRRIGATION

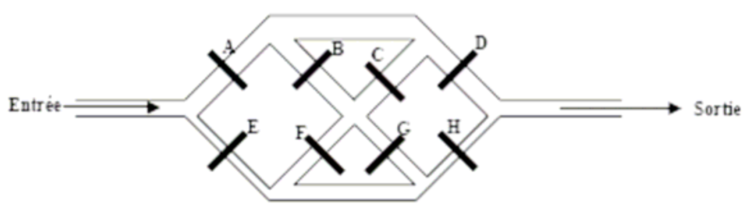
X603Q01 - 0 1 9

Michel utilise les réglages présentés par le tableau 1 pour tester le fonctionnement des vannes.

Tableau 1 : Réglages des vannes

A	B	C	D	E	F	G	H
Ouverte	Fermée	Ouverte	Ouverte	Fermée	Ouverte	Fermée	Ouverte

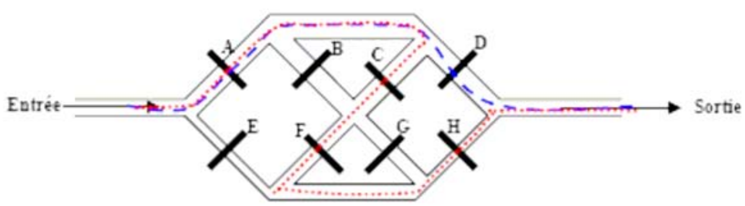
Compte tenu des réglages qui figurent au tableau 1, et en supposant que toutes les vannes fonctionnent correctement, tracez **sur le schéma ci-dessous** tous les chemins possibles par où l'eau peut s'écouler.



IRRIGATION : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

Crédit complet

Code 1 : Dessine les tracés comme indiqué ci-dessous:



L'objectif de ce travail n'est pas de détailler les résultats obtenus dans chacun de ces domaines mais plutôt de s'intéresser et d'explorer plus avant les liens éventuels entre tous ces domaines présentés comme indépendants. Plus particulièrement, il s'agit d'identifier les processus cognitifs sous-jacents et communs aux domaines « Culture Mathématique » et « Résolution de problèmes ». C'est d'ailleurs dans ce cadre que des premières analyses comparant les résultats de l'évaluation PISA en résolution de problèmes à ceux de l'évaluation en mathématiques, en lecture et en sciences ont été menées **(OCDE, 2004)**. Ainsi, l'analyse factorielle exploratoire et l'analyse de corrélations réalisées montrent, conformément aux résultats présents dans la littérature, que les domaines « Résolution de problèmes » et « Culture Mathématique » sont associés. En effet, c'est avec les mathématiques que la résolution de problèmes est la plus fortement corrélée. Notre premier axe d'analyse aura donc pour principal objectif d'établir et de dégager des blocs de compétences afin de proposer une nouvelle structuration de la compétence "Culture mathématique" puis de révéler ses liens avec la compétence "Résolution de problèmes".

2. ***POPULATION***

Les analyses effectuées dans ce travail concernent deux échantillons d'enfants.

Dans le cadre des deux premiers axes d'analyse, l'échantillon retenu est constitué de 2299 enfants français considérés dans l'évaluation comme « à l'heure » (nés en 1987).

Dans le cadre du troisième axe d'analyse, ayant pour ambition de comparer les performances des enfants « à l'heure » et « en retard », l'échantillon considéré est constitué de 5070 enfants. Les caractéristiques de ces derniers seront développées ultérieurement.

Axe 1 : Compétences numériques : Réorganisation des compétences et liens avec le domaine « Résolution de problèmes »

Comme spécifié précédemment, les items du domaine « Culture Mathématique » sont regroupés sous 4 champs distincts : Espace et formes, Variations et relations, Quantité, et Incertitude. Toutefois, au sein d'un même domaine, les compétences numériques impliquées sont très variables. Ainsi, et pour exemple, dans le domaine Espace et formes, la majorité des items renvoie à des items classiques de Géométrie, mais deux items évaluent des compétences numériques (items M145Q01T et M547Q01T).

Ainsi, à partir d'une analyse des différents items, une réorganisation de ces derniers (qui peut être considérée comme arbitraire !) est proposée selon les compétences évaluées en employant les appellations plus classiques du système scolaire français, à savoir :

- **Géométrie (Géo)**, domaine regroupant pour majorité les items du champ « Espace et formes ».
- **Compétences numériques (CNum)**, rassemblant des items faisant appel à la modélisation, au calcul et à la manipulation des chiffres. (items provenant des champs « Variations et relations » et « Quantité »)
- **Statistiques (Stat),** incluant les items ayant trait au traitement des données et aux probabilités. (items provenant des champs « Variations et relations » et « Incertitude »)

La réorganisation ainsi proposée présente trois domaines de compétences mathématiques. Pour information, si le domaine Géométrie recouvre les items « Espace et formes », la réorganisation véritable concerne le champ « Variations et relations ». En effet, les items composant ce champ se retrouvent dans les deux domaines « Compétences numériques » et « Statistiques ».

En revanche, aucun changement n'a été apporté au domaine « Résolution de problèmes ». Ainsi, les trois champs « Prise de décision » (PrD), « Conception et analyse de système » (CAS) et « Traitement de dysfonctionnements » (TrD) sont conservés. Une description des processus impliqués est présentée dans les premiers résultats de PISA 2003 (OCDE, 2004). Celle-ci sera développée dans l'axe 2, axe visant à expliquer les liens entre les domaines « Culture Mathématique » et « Résolution de problèmes ».

A partir de cette nouvelle organisation, l'intérêt se porte sur les relations entre les domaines « Culture Mathématique » et « Résolution de problèmes ». Une analyse des corrélations est présentée ci-dessous (tableau 1).

	CNum	Stat	PrD	CAS	TrD
Géo	.540*	.559*	.368*	.374*	.305*
CNum		.659*	.466*	.452*	.366*
Stat			.431*	.431*	.358*
PrD				.539*	.441*
CAS					.424*

Tableau 1 : *Corrélations entre les champs des domaines « Culture Mathématique » et « Résolution de problèmes »*
* p<01

Tout d'abord, les résultats de cette analyse de corrélation montrent que les trois champs du domaine « Culture Mathématique » sont fortement corrélés entre eux. Ainsi, la plus forte corrélation est obtenue entre les champs « Statistiques » et « Compétences numériques » (r = .659, p<.01). Le champ « Géométrie » est quant à lui fortement corrélé avec les champs « Compétences numériques » et « Statistiques » (respectivement r = .540, p<.01 et r = .559, p<.01).

En revanche, même si les différents champs du domaine « Résolution de problèmes » sont corrélés entre eux, les corrélations obtenues semblent moins importantes. La corrélation la plus forte est obtenue entre les champs « Conception et analyse de système » et « Prise de décision » (r = .539, p<.01).

Par ailleurs, en ce qui concerne les liens éventuels entre les domaines « Culture Mathématique » et « Résolution de problèmes » les résultats de l'analyse de corrélations montrent des corrélations certes significatives mais moins fortes que celles obtenues au sein de chaque domaine (ce qui est attendu). La corrélation la plus forte est en effet celle obtenue entre les champs « Prise de décision » et « Compétence numérique » ($r = .466$, $p<.01$).

Cette première analyse permet donc d'entrevoir de façon holistique les liens existants entre les différents domaines étudiés. Néanmoins, il convient de rester circonspect quant à la généralisation et à l'interprétation de tels résultats compte-tenu, notamment, de l'importance de l'échantillon considéré. C'est pourquoi de nouvelles analyses sont conduites afin d'explorer plus en détails les processus et stratégies impliqués dans les différentes activités.

AXE 2 : PERFORMANCES DES ENFANTS ET LIENS ENTRE « CULTURE MATHÉMATIQUE » ET « RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ».

ANALYSES DESCRIPTIVES

Concernant les performances des élèves, si les données sont issues de l'évaluation PISA 2003, il nous semblait difficile de reprendre les classifications de l'OCDE sous la forme des niveaux (OCDE, 2004)

En effet, la réorganisation des domaines mathématiques, notamment, nous a conduit à reconsidérer les performances des enfants à chacun des items de l'évaluation de la façon suivante : 2 points attribués pour « *full credit* », 1 point attribué pour « *partial credit* » ou équivalent et 0 point pour « *no credit* ».

Après calcul, une note sur 100 est attribuée à chacun des enfants de 15 ans pour chaque champ des deux domaines d'étude. Ainsi, le tableau 2 décrit les performances moyennes (et écarts-types) obtenues par les 2299 participants.

	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
Géo	45,28 / 100	7,57	21,45	77,01
CNum	53,58 / 100	6,74	31,08	69.97
Stat	52,35 / 100	6,66	30,55	74,13
Culture Mathématique	50,41 / 100	5,94	29,75	71,24
PrD	55,34 / 100	15,85	0	100
CAS	57,99 / 100	16,99	0	100
TrD	46,48 / 100	20,36	0	100
Résolution de problèmes	53,27 / 100	14,23	0	100

Tableau 2 : Analyse descriptive des performances des 2299 élèves aux différents domaines évalués

CONSTITUTION DE GROUPES & ANALYSES DE VARIANCE

Afin d'étudier de manière plus précise les liens entre le domaine « Culture Mathématique » et le domaine « Résolution de problèmes », des groupes d'enfants sont constitués a posteriori à partir de leurs performances à l'épreuve Résolution de problèmes. S'il existe plusieurs façons de constituer des groupes de performances notamment à partir de mesures de tendance centrale (moyenne, médiane, etc.), le choix a été fait dans ce travail de constituer ces groupes selon le principe suivant, et ce pour chaque champ du domaine « Résolution de problèmes » :

- Lorsque les participants obtiennent une note entre 40 et 60 (sur 100) à l'épreuve, ils sont considérés comme appartenant au profil d'enfants « moyens ».
- Lorsque les résultats obtenus sont supérieurs à 60 (sur 100), les participants sont considérés comme appartenant au profil « forts » dans l'épreuve évaluée.

- Lorsque les participants obtiennent une note inférieure à 40 (sur 100), ils sont alors classés dans le profil « faibles » pour l'épreuve concernée.

PERFORMANCES AUX ÉPREUVES DE MATHÉMATIQUES

Un premier niveau d'analyse a pour objectif de déterminer s'il existe un véritable lien entre les performances des participants aux épreuves des deux domaines « Culture Mathématique » et « Résolution de problèmes ». Pour cela, plusieurs Anovas à un facteur (profil en Résolution de problèmes : faibles, moyens, forts) sont conduites sur chacune des variables dépendantes étudiées (performances aux épreuves mathématiques : Géométrie, Compétences numériques et Statistiques). Le tableau 3 récapitule les performances moyennes obtenues aux trois épreuves mathématiques des différents profils d'enfants constitués à partir des épreuves du domaine « Résolution de problèmes ».

		Prise de décision			**Conception et analyse de système**			**Traitement de dysfonctionnements**		
		Faibles	Moyens	Forts	Faibles	Moyens	Forts	Faibles	Moyens	Forts
Géométrie	Moyenne	41,34	44,63	48,75	42,04	45,66	49,74	41,82	45,04	47,86
	Ecart-type	6,55	7,12	7,34	6,35	7,45	7,22	7,29	7,35	6,93
Compétences numériques	Moyenne	48,98	53,05	57,44	50,04	54,13	58,14	49,82	53,59	56,18
	Ecart-type	6,02	6,22	5,65	6,17	6,27	5,53	6,43	6,68	5,70
Statistiques	Moyenne	48,14	51,76	55,97	49,03	52,86	56,61	48,76	52,30	54,86
	Ecart-type	5,85	6,25	5,79	6,03	6,31	5,63	6,47	6,37	5,85

Tableau 3 : Performances moyennes (et écart-type) aux épreuves de mathématiques des participants des trois profils (faibles, moyens, forts) selon l'épreuve de « Résolution de problèmes ».

Les résultats révèlent un effet du profil d'appartenance pour chaque épreuve de Résolution de problèmes, et ce, pour chacune des épreuves de mathématiques.

Prise de Décision : les enfants des trois profils, réalisés à partir de l'épreuve « Prise de Décision », se différencient sur les performances obtenues à l'épreuve de « Géométrie » [F(2,2296) = 178,84 ; p<.0001], à l'épreuve de « Compétences Numériques » [F(2,2296) = 319,23 ; p<.0001] et à l'épreuve de « Statistiques » [F(2,2296) = 274,15 ; p<.0001]. Toutes les comparaisons planifiées mettent en évidence des différences significatives (p<.0001) entre chacune des trois modalités du profil d'appartenance.

Conception et analyse de systèmes : les enfants des trois profils, réalisés à partir de l'épreuve « Conception et analyse de systèmes », se différencient sur les performances obtenues à l'épreuve de « Géométrie » [F(2,2296) = 168,62 ; p<.0001], à l'épreuve de « Compétences Numériques » [F(2,2296) = 254,40 ; p<.0001] et à l'épreuve de « Statistiques » [F(2,2296) = 223,40 ; p<.0001]. Toutes les comparaisons planifiées mettent en évidence des différences significatives (p<.0001) entre chacune des trois modalités du profil d'appartenance.

Traitement de dysfonctionnements : les enfants des trois profils, réalisés à partir de l'épreuve « Traitements de dysfonctionnements », se différencient sur les performances obtenues à l'épreuve de « Géométrie » [F(2,2296) = 130,43 ; p<.0001], à l'épreuve de « Compétences Numériques » [F(2,2296) = 189,43 ; p<.0001] et à l'épreuve de « Statistiques » [F(2,2296) = 177,36 ; p<.0001]. Toutes les comparaisons planifiées mettent en évidence des différences significatives (p<.0001) entre chacune des trois modalités du profil d'appartenance.

Les résultats obtenus à partir de cette succession d'analyses de variance mettent en évidence un point particulièrement important concernant les relations entre « Culture Mathématique » et « Résolution de problèmes ». En effet, **les liens existant entre ces deux domaines sont bien réels et sont très forts. D'une manière plus générale, les résultats montrent que les processus mis en œuvre lors des épreuves de « Résolution de**

problèmes » sont également mis en œuvre lors de la réalisation des épreuves de mathématiques. Même si ce résultat est important, il ne nous renseigne pas sur la nature des processus plus particulièrement mis en œuvre pour chacune des épreuves mathématiques évaluées. Ainsi, de nouvelles analyses de variance sont conduites afin de déterminer la nature des processus mis en œuvre lors de la résolution des problèmes proposés dans les trois champs mathématiques : « Géométrie », « Compétences numériques » et « Statistiques ».

INTERACTIONS ENTRE LES DOMAINES « CULTURE MATHÉMATIQUE » ET « RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ».

Avant d'analyser plus précisément les performances des participants, il est utile de rappeler comment ont été construites les épreuves de résolution de problème (Figure 1)

	Prise de décision	Conception et analyse de systèmes	Traitement de dysfonctionnements
Objectifs	Choisir une alternative parmi celles proposées, en tenant compte de contraintes	Identifier les relations entre des composantes d'un système et/ou concevoir un système en adéquation avec des relations entre composantes	Diagnostiquer une panne ou un dysfonctionnement dans un système ou un mécanisme et y remédier
Processus	Comprendre une situation impliquant plusieurs alternatives et plusieurs contraintes et mener à bien la tâche demandée	Comprendre les informations décrivant un système et les exigences associées à une tâche donnée	Comprendre les principales caractéristiques d'un système ou d'un mécanisme et de son dysfonctionnement ainsi que les exigences associées à une tâche donnée
	Identifier les contraintes pertinentes	Identifier les composantes pertinentes du système	Identifier les variables en relation causale avec le dysfonctionnement
	Représenter les alternatives possibles	Représenter les relations entre les composantes du système	Représenter le fonctionnement du système
	Choisir une alternative	Analyser ou concevoir un système en adéquation avec les relations entre composantes	Diagnostiquer le dysfonctionnement du système et/ou proposer une solution
	Vérifier et évaluer la décision prise à propos de l'alternative	Vérifier et évaluer l'analyse ou la conception du système	Vérifier et évaluer le diagnostic ou la solution
	Communiquer ou justifier la solution	Communiquer l'analyse ou justifier la conception proposée	Communiquer ou justifier le diagnostic et la solution
Sources de difficulté	Nombre de contraintes	Nombre de variables interdépendantes et nature des relations	Nombre de composantes interdépendantes du système ou du mécanisme et mode d'interaction
	Nombre et type de représentations (verbales, graphiques, numériques)	Nombre et type de représentations (verbales, graphiques, numériques)	Nombre et type de représentations (verbales, graphiques, numériques)

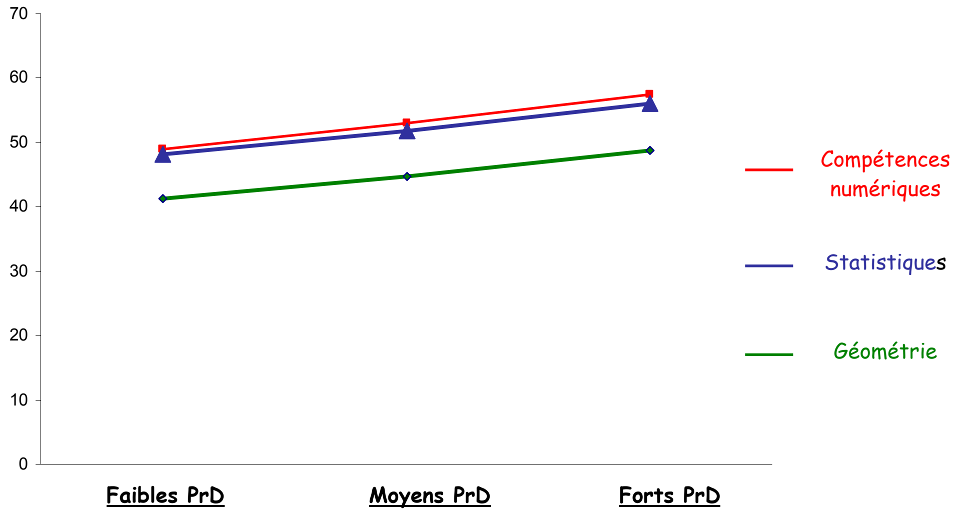
Figure 1 : *Caractéristiques de trois types de problèmes « Résolution de problèmes »*

Cette description des caractéristiques met en évidence les processus classiquement étudiés dans le cadre de la résolution de problèmes : Identification, Représentation, Compréhension, Vérification, Communication et Justification. Lors de la mise en œuvre d'un processus de résolution de problèmes, celui-ci peut être ralenti ou perturbé par les contraintes cognitives pouvant agir sur ces derniers. Elles sont déclinées ici sous l'intitulé « Sources de difficultés » et renvoient à un ensemble de travaux visant à mettre en évidence le rôle des contraintes générales et spécifiques de traitement de l'information, que ce soient les capacités en mémoire de travail (Baddeley, 2002 ; Baddeley et Hitch, 2000 ; Barrouillet, 1996) ou les capacités à inhiber de l'information non-pertinente à la résolution de la tâche (Engle, 1996 ; Pascual-Leone, 2000 ; Richardson, 1996a, 1996b).

Cette description des caractéristiques des trois champs « Prise de décision », « Conception et Analyse de systèmes » et « Traitement de dysfonctionnement » met en évidence que la principale différence existant entre eux dans le processus général de résolution de problèmes concerne essentiellement le type d'action à réaliser (choisir une alternative, analyser et concevoir ou diagnostiquer) après identification et représentation du problème.

Plusieurs analyses de variances sont donc conduites afin d'évaluer les performances aux épreuves de mathématiques des trois profils d'enfants (faibles, moyens et forts) crées à partir de chaque champ du domaine « Résolution de problèmes ». Les résultats des ces différentes analyses sont illustrés par les graphiques 1, 2 et 3 présentés ci-après.

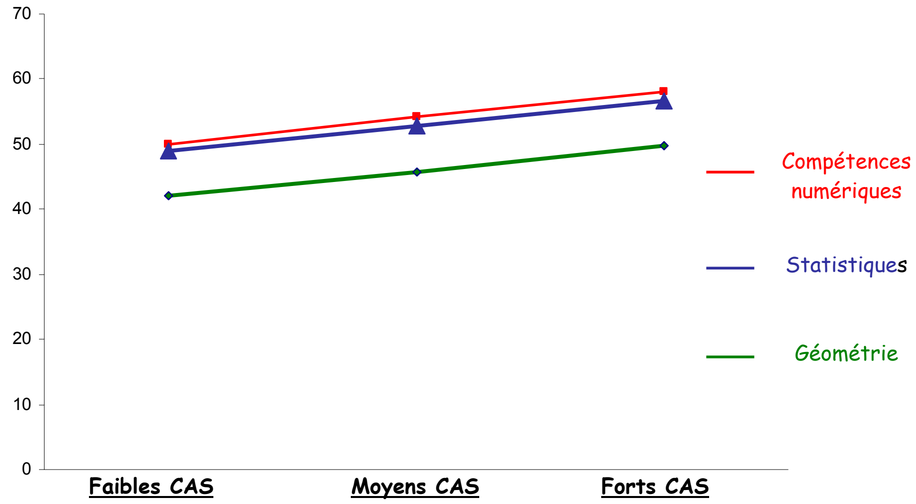
Prise de Décision :



Graphique 1 : Performances aux 3 épreuves de mathématiques des trois profils d'enfants crées à partir de l'épreuve « Prise de Décision ».

Les résultats obtenus permettent de décrire un effet du type d'épreuve mathématique [F(2,4530) =2045,33 ; p<.0001] montrant que les épreuves de « Compétences numériques » et de « Statistiques » sont mieux réussies que l'épreuve de « Géométrie ». L'effet du profil est décrit dans l'axe 1. L'interaction entre les profils d'enfants et le type d'épreuve mathématique n'est pas significative [F(4,4530) = 2,18, ns].

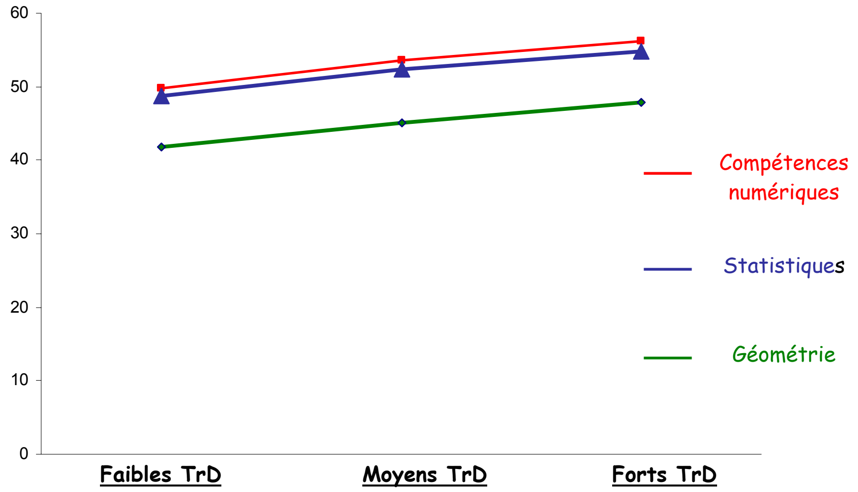
<u>Conception et analyse de systèmes :</u>



Graphique 2 : Performances aux 3 épreuves de mathématiques des trois profils d'enfants crées à partir de l'épreuve « Conception et analyse de système ».

Les résultats obtenus permettent de décrire un effet du type d'épreuve mathématique [F(2,4592) =1944,14 ; p<.0001] montrant que les épreuves de « Compétences numériques » et de « Statistiques » sont mieux réussies que l'épreuve de « Géométrie ». L'effet du profil est décrit dans l'axe 1. L'interaction entre les profils d'enfants et le type d'épreuve mathématique n'est pas significative [F(4,4592) = 0,89, ns].

Traitement de dysfonctionnements :



Graphique 3 : Performances aux 3 épreuves de mathématiques des trois profils d'enfants crées à partir de l'épreuve « Traitement de dysfonctionnements ».

Les résultats obtenus permettent de décrire un effet du type d'épreuve mathématique [F(2,4592) =2179,45 ; p<.0001] montrant que les épreuves de « Compétences numériques » et de « Statistiques » sont mieux réussies que l'épreuve de « Géométrie ». L'effet du profil est décrit dans l'axe 1. L'interaction entre les profils d'enfants et le type d'épreuve mathématique n'est pas significative [F(4,4592) = 0,70, ns].

Conclusion :

L'intérêt, ici, était de déterminer si une interaction existait entre les profils d'enfants crées à partir des 3 épreuves mathématiques et le type d'épreuve mathématique afin de mettre en évidence des processus cognitifs sous-jacents, spécifiques aux différents domaines mathématiques. Or, s'il y a un effet manifeste de chacune des variables manipulées (profils d'enfants et type d'épreuves mathématiques), l'interaction entre les deux variables n'est pas significative, quelle que soit la variable de « Résolution de problèmes » manipulée. **Il semblerait donc, d'après les indicateurs utilisés, que chacun des domaines**

mathématiques évalués (Compétences numériques, Statistiques et Géométrie) ne soient pas sous-tendus par des processus spécifiques de résolution de problèmes mais plutôt par des processus généraux (représentation, identification et compréhension). Les résultats pourraient alors s'expliquer en termes de contraintes cognitives générales de traitement de l'information (mémoire de travail, capacité à inhiber de l'information non-pertinente) qui permettraient de limiter de manière plus ou moins efficace les sources de difficultés et donc de résoudre les problèmes posés, qu'ils soient d'ordre mathématique ou non.

Des analyses de régression complémentaires sont utilisées afin d'essayer de déterminer si les variables « Résolution de problèmes » permettent d'expliquer de la variance des variables du domaine « Culture Mathématique ». Les résultats obtenus peuvent se décrire sous la forme des trois schémas suivants (cf. Figures 2, 3 et 4). Pour chaque variable mathématique, un modèle de régression est proposé à partir des trois variables : Prise de décision, Conception et Analyse de système et Traitement de dysfonctionnement.

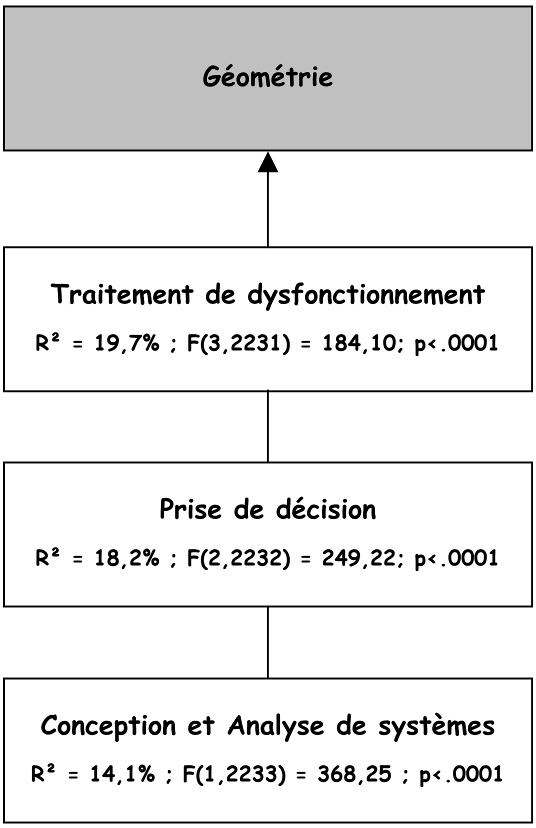


Figure 2 :.Contribution des différentes variables « Résolution de problèmes » à l'explication de la variable « Géométrie ».

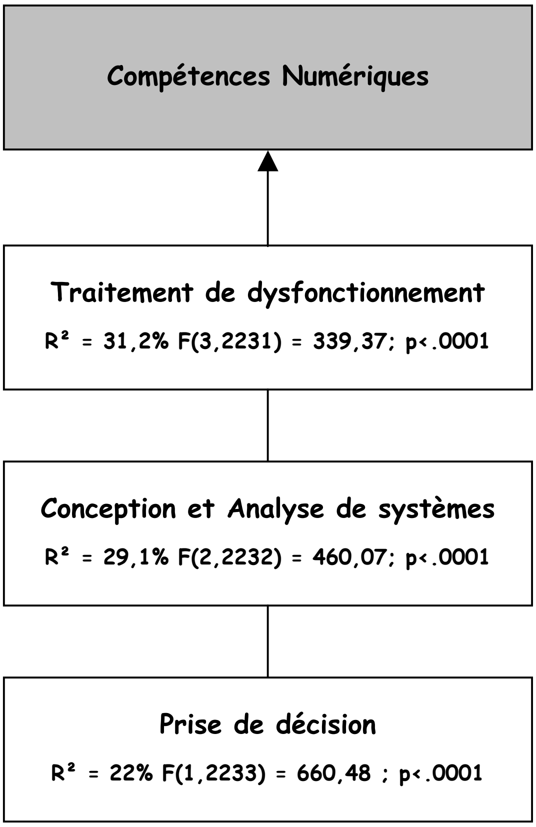


Figure 3 :.Contribution des différentes variables « Résolution de problèmes » à l'explication de la variable « Compétences Numériques ».

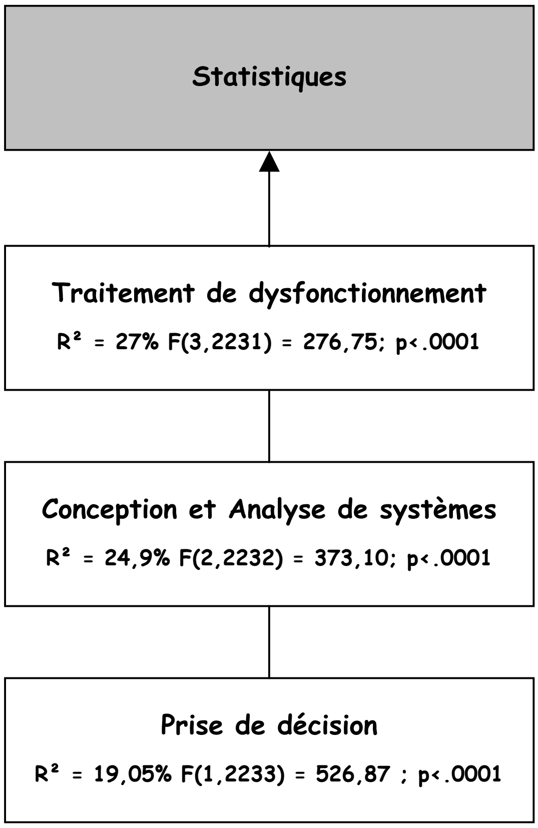


Figure 4 : Contribution des différentes variables « Résolution de problèmes » à l'explication de la variable « Statistiques ».

L'analyse de régression met en évidence deux résultats qui confortent les résultats obtenus lors des analyses de variance précédentes. En effet, le pourcentage de variance expliquée des variables « mathématiques » par les trois variables issues du domaine « Résolution de problèmes » n'excède pas les 32%, toutes variables cumulées. **Ce résultat semble mettre en évidence une nouvelle fois que les processus cognitifs sous-jacents à la résolution de problèmes (à partir des indicateurs utilisés ici) ne semblent pas spécifiques aux traitements des informations du domaine mathématique**. Ce résultat est également conforté par la différence existant entre les compétences numériques et les statistiques, d'une part et la géométrie d'autre part. En effet, il semble bien qu'un lien plus fin existe entre les activités numériques (compétences numériques et statistiques) et l'épreuve de « Prise de Décision » puisque cette dernière variable entre en premier dans le modèle d'analyse de régression des deux variables numériques (respectivement r^2 = 22 %, $F(1, 2233) = 660.48$, $p<.0001$ et r^2 = 19.05 %, $F(1, 2233) = 526.87$, $p<.0001$). A l'inverse, c'est la variable « Conception et Analyse de système » qui entre en premier dans le modèle d'analyse de régression de la variable « Géométrie » (r^2 = 14.1 %, $F(1, 2233) = 368.25$, $p<.0001$) Or, malgré cette différence, les modèles généraux et le pourcentage de variance expliquée restent très proches. **Ces résultats semblent encore une fois indiquer que les différences de performances seraient sous-tendues plus par des contraintes générales de traitement de l'information que par des processus spécifiques.**

Axe 3 : Performances des enfants et liens entre « Culture Mathématique » et « Résolution de problèmes » ; Quels effets des variables « sexe » et « retard » ?

Ce troisième axe d'analyse, ayant pour ambition de comparer les performances des enfants « à l'heure » et « en retard » d'une part et les performances selon la variable « sexe » d'autre part, un échantillon de 2271 enfants considérés comme « en retard » dans l'évaluation a été constitué. Ces enfants « en retard » ont été choisis de façon aléatoire parmi l'ensemble de la population « en retard » de l'évaluation PISA 2003.

L'échantillon considéré dans les analyses présentées ci-après est donc constitué de 5070 enfants répartis comme suit :

- 2299 enfants français « à l'heure » et 2271 enfants « en retard »

- 2569 filles et 2501 garçons.

Les résultats obtenus aux trois épreuves de « Culture Mathématique » et aux trois épreuves de « Résolution de problèmes » sont résumés dans le tableau 4 ci-dessous.

	Niveau scolaire		Sexe	
	Retard	**A l'heure**	**Masculin**	**Féminin**
Géométrie	44,50 (7,87)	45,28 (7,57)	45,25 (8,00)	44,46 (7,46)
Compétences numériques	51,76 (7,17)	53,58 (6,74)	52,69 (7,20)	52,48 (6,88)
Statistiques	51,36 (51,10)	52,35 (6,66)	51,81 (7,25)	51,82 (6,52)
Prise de Décision	51,37 (16,63)	55,33 (15,84)	45,38 (17,83)	45,46 (16,73)
Conception et Analyse de système	44,54 (17,46)	46,48 (16,99)	52,65 (17,17)	53,67 (15,59)
Traitement de dysfonctionnements	53,97 (21,52)	57,99 (20,35)	56,12 (21,22)	55,48 (20,96)

Tableau 4 : Performances moyennes (et écart-type) aux différentes épreuves des enfants selon le sexe et le niveau scolaire.

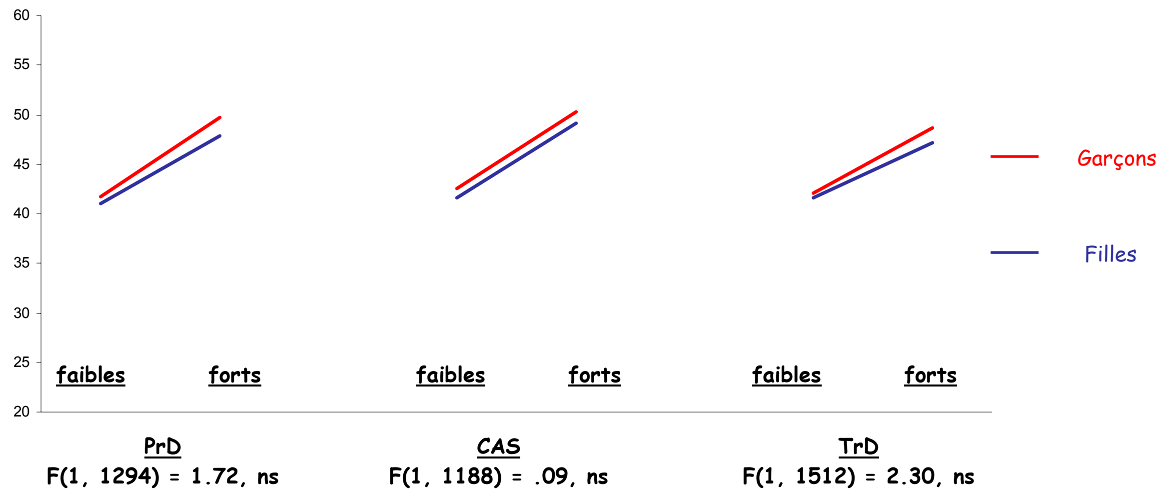
Les analyses de variance menées ne laissent apparaître qu'un effet de la variable « sexe » sur la variable « Géométrie » [F(1, 5066) = 14.84, p<.0001]. D'une manière générale, les performances des adolescents sont donc équivalentes quel que soit leur genre.

Ainsi, selon les analyses conduites sur l'échantillon retenu (composé pour rappel d'adolescents français « à l'heure » et d'adolescents tout-venant « en retard »), il semble que les différences de performance entre les filles et les garçons dans le domaine numérique seraient essentiellement dues à de meilleures performances des garçons en géométrie. Les résultats internationaux de PISA 2003 mettaient en évidence des performances en mathématiques en faveur des garçons (cet écart de performance étant non significatif en France). L'intérêt ici n'est pas de mettre à l'épreuve des faits l'hypothèse selon laquelle il existe des différences de performances liées au sexe, mais de déterminer dans quelle mesure les variables « profils de résolution de problèmes » et « sexe » interviennent dans leurs performances aux différentes épreuves de mathématiques.

Comme dans les deux premiers axes d'analyse, l'échantillon de 2299 adolescents français considérés dans l'évaluation comme « à l'heure » (nés en 1987) a été retenu. Ils se répartissent de la façon suivante : 52,9% de filles et 47,1% de garçons [cohérence du vocabulaire].

Afin d'éviter que les enfants « moyens » masquent des résultats sensibles, le choix a été fait de considérer uniquement les deux profils « faibles » et « forts » pour chaque épreuve de résolution de problèmes. Les résultats apparaissent ci-dessous (graphiques 4, 5, 6).

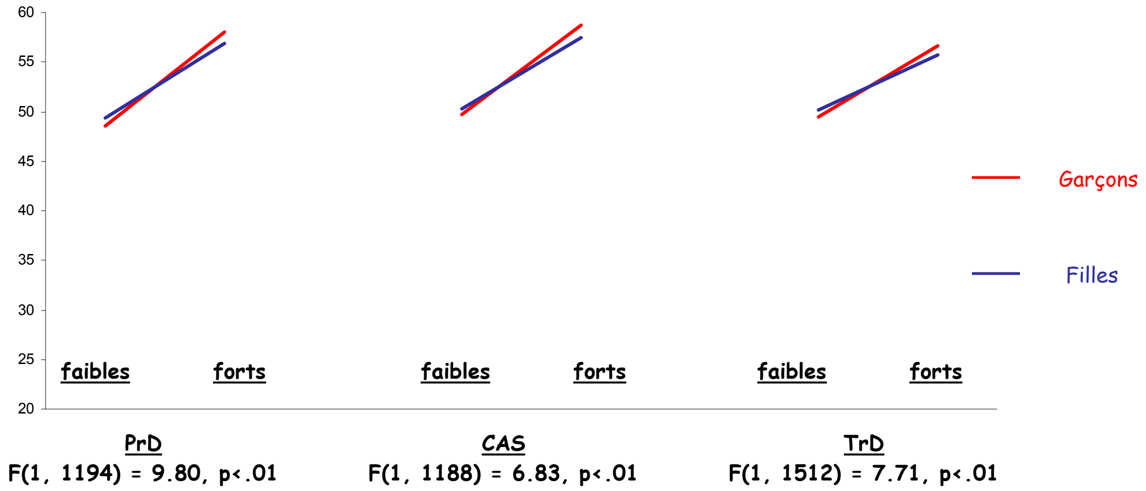
Géométrie :



Graphique 4 : Performances à l'épreuve de géométrie en fonction du sexe et du profil d'appartenance.

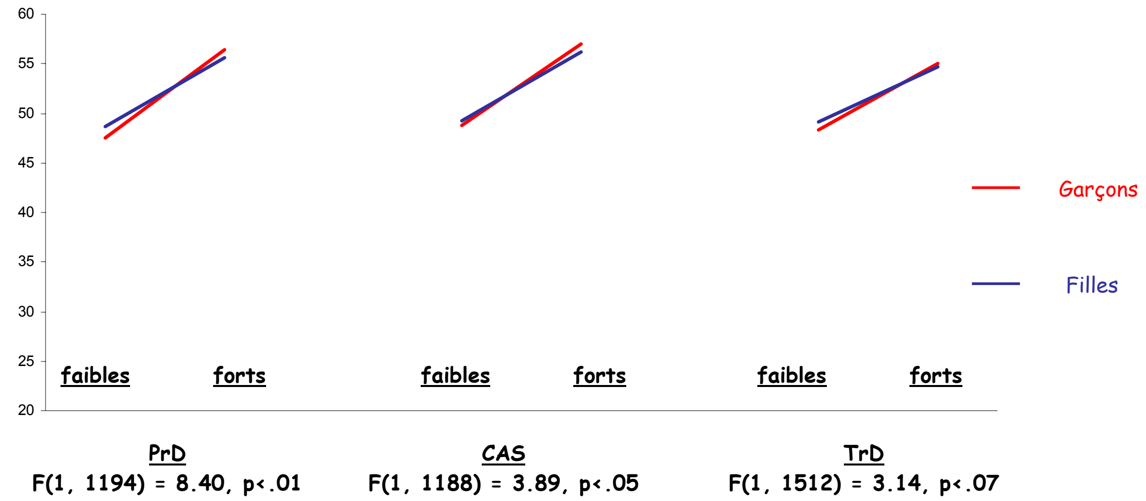
Les résultats obtenus mettent en évidence qu'il n'y a pas d'interaction significative entre le profil d'appartenance (quelle que soit l'épreuve de « Résolution de problèmes ») et le genre sur les performances à l'épreuve de « Géométrie ». Les résultats montrent ainsi que les garçons obtiennent de meilleurs résultats que les filles à cette épreuve.

Compétences numériques :



Graphique 5 : Performances aux épreuves de compétences numériques en fonction du sexe et du profil d'appartenance.

Statistiques :



Graphique 6 : Performances aux épreuves de statistiques en fonction du sexe et du profil d'appartenance.

Contrairement à l'épreuve de « Géométrie », l'interaction entre la variable « profils d'appartenance » (quelle que soit l'épreuve de résolution) et la variable « sexe » est significative pour les épreuves « Compétences numériques » et « Statistiques ». **Ce résultat majeur met en évidence le fait que, si les filles et les garçons obtiennent globalement les**

mêmes résultats à ces deux épreuves, le fonctionnement des garçons et des filles est différent.

En effet, alors que parmi le profil « faible », les filles obtiennent de meilleures performances que les garçons, dans le profil « fort », les garçons obtiennent de meilleures performances. **Il semble que les performances des garçons soient plus extrêmes, dans la réussite comme dans l'échec.** Ainsi, pour les épreuves de « Compétences numériques » et de « Statistiques », les garçons n'obtiennent pas de meilleures performances que les filles mais auraient des profils plus hétérogènes. Au contraire, les performances des filles seraient plus homogènes et équivalentes dans les différents domaines considérés. Toutefois, ce fonctionnement général ne doit pas faire oublier la forte variabilité inter-individuelle.

Concernant la variable « niveau scolaire », les analyses conduites révèlent un effet significatif du niveau scolaire en faveur des adolescents « à l'heure ». Ainsi, les adolescents « à l'heure » obtiennent de meilleures performances que les adolescents dits « en retard » tant dans les champs du domaine « Culture Mathématique » [Géométrie : $F(1,5066) = 14,16$; $p<.001$; Compétences numériques : $F(1,5066) = 86,51$; $p<.0001$ et Statistiques : $F(1,5066) = 86,51$; $p<.0001$] que dans les champs du domaine « Résolution de problèmes » [PrD : $F(1,5066) = 73,29$; $p<.0001$; CAS : $F(1,5066) = 15,93$; $p<.0001$ et TrD : $F(1,5066) = 46,33$; $p<.0001$]. Ces résultats sont habituels, notamment dans le domaine numérique, à savoir que les enfants qualifiés de « en retard », souvent redoublants pour les enfants français, obtiennent de moins bonnes performances que les enfants dits « à l'heure ». Des analyses complémentaires (de régression) ont été conduites afin de déterminer si les enfants « en retard » présentaient des fonctionnements cognitifs différents de ceux des enfants dits « à l'heure ». Les résultats montraient le même type de profils que ceux présentés dans l'axe 2.

Ainsi, ces résultats n'apportent pas de réponse supplémentaire quant aux liens existant entre « Culture mathématique » et « Résolution de problèmes ». Ces moins bonnes performances peuvent être un révélateur d'une mauvaise intégration ou connaissance d'un schéma général, ou bien d'une mauvaise représentation de ce qu'est un texte de problème, ce qui est indispensable pour mener à bien la résolution de problème. Ce schéma se construit petit à petit à l'école au fil des rencontres avec les situations problèmes (Thévenot, Coquin & Verschaffel, 2006).

Ce travail se proposait donc de déterminer les processus cognitifs spécifiques et communs aux domaines « Culture Mathématique » et « Résolution de problèmes » ainsi qu'à leurs sous-domaines de compétences respectifs afin de mieux comprendre les déterminants cognitifs des acquis des élèves en mathématiques. C'est dans cet objectif que trois axes d'analyse des données de l'étude PISA 2003 ont été envisagés :

- le premier, essentiellement descriptif, a renvoyé à une nouvelle analyse des données existantes de l'évaluation PISA 2003 afin de définir précisément les compétences mathématiques sous-jacentes aux quatre sous-domaines décrits ci-dessus mais également le type d'items regroupés sous l'intitulé « Résolution de problèmes ». Cette analyse était sous-tendue par deux objectifs complémentaires : a) déterminer le type de compétences évaluées par les exercices proposés et b) mettre en évidence les processus mentaux sous-jacents nécessaires à la résolution de ces exercices.
- le deuxième, directement lié au premier, visait à proposer une analyse descriptive des performances obtenues par les enfants de 15 ans dans chacun des blocs de compétences dégagés. L'analyse a ensuite tenté de mettre en exergue des processus spécifiques et communs à la résolution de problèmes et au traitement des activités numériques.
- enfin, le troisième et dernier axe a été consacré à des comparaisons plus fines impliquant des variables liées aux sujets (sexe et niveau scolaire) afin de développer et compléter les résultats déjà présents dans la littérature sur ce sujet (cf. données OCDE, UNICEF, etc.) et ceux retrouvés dans PISA 2003.

Outre les résultats généraux concernant l'influence du genre ou du niveau scolaire sur les performances en « mathématique » et en « Résolution de problèmes », **le résultat majeur obtenu concerne l'existence de processus généraux plutôt que spécifiques dans les traitements mathématiques**. En effet, quel que soit le domaine mathématique concerné (Géométrie, Compétences Numériques et Statistiques), les résultats ont mis en évidence qu'il n'y avait pas d'interaction entre le type d'épreuves réalisées et les profils d'enfants créés a posteriori, à partir des performances des enfants obtenues aux trois types d'épreuves de résolution de problèmes. Ces résultats semblent plutôt conforter l'hypothèse selon laquelle **les domaines mathématiques étudiés seraient sous-tendus par des processus généraux de résolution de problèmes (identification, représentation et compréhension du problème), plutôt que par des processus spécifiques liés plus directement aux épreuves numériques**

proprement dites, c'est-à-dire liés au calcul et aux traitements numériques pour les épreuves de « Compétences numériques » et « Statistiques » et liés à la représentation de l'espace pour l'épreuve de « Géométrie ».

Ce type de résultats pourrait s'expliquer en termes de contraintes générales de traitement de l'information. En effet, les processus généraux de résolution de problèmes sous-jacents aux traitements mathématiques seraient sous l'influence de ressources cognitives (mémoire de travail, capacité à inhiber de l'information non-pertinente, etc.). En effet, comme le souligne Bisanz (1999), les enfants peuvent avoir des connaissances suffisantes dans un domaine, mais être incapables de les mettre en œuvre parce qu'ils ne peuvent pas activer certains mécanismes ou processus. De la même façon, certaines erreurs peuvent être dues à un manque de connaissance conceptuelle directement liée à la tâche. Plus récemment, Rasmussen et Bisanz (2005) insistent sur les différences de ressources impliquées dans les activités numériques. A partir d'évaluations de compétences numériques et de différentes ressources cognitives, ces auteurs montrent que l'étude de la relation entre ces deux domaines est fortement dépendante du type de problème étudié, des composantes de la mémoire de travail requises pour effectuer les tâches et de la façon dont les enfants se représentent et résolvent les problèmes. Ces résultats sont également compatibles avec ceux obtenus par Imbert (2005) qui montrait qu'au cours du développement, trois voies d'acquisition du comptage existeraient, sous-tendues par des ressources cognitives spécifiques. Ces fonctionnements cognitifs seraient fondés sur une plus grande aptitude à inhiber de l'information non-pertinente et/ou sur de meilleures capacités mnésiques.

Toutefois, l'analyse des liens entre les domaines « Culture mathématique » et « Résolution de problèmes » met en évidence un point crucial dans ce type d'analyse : la nécessité d'introduire des mesures fines des principales contraintes à la résolution de problèmes (capacité en mémoire de travail et en mémoire à court terme trop souvent assimilées) mais également des mesures fines de capacités en lecture et en compréhension de textes, capacités essentielles ensuite pour effectuer les traitements mathématiques. En effet, comme l'ont montré Verschaffel *et al.* (1999), il semblerait « *qu'une modification du contexte d'apprentissage, combinant la conception judicieuse d'un ensemble de problèmes à énoncés verbaux avec l'introduction d'une méthode d'enseignement interactive et de nouvelles normes sociomathématiques, peut mener à la création d'un contexte d'apprentissage qui améliore significativement les compétences cognitives des élèves dans le domaine de la résolution de problèmes* » (Thévenot, Coquin et Verschaffel, 2006, p.178).

Adams, J.W., & Hitch, G.J. (1997). Working memory and children's mental addition. *Journal of Experimental Child Psychology, 67 (1),* 21-38.

Ashcraft, M.H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition, 44,* 75-106.

Ashcraft, M.H. (1995). Cognitive Psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. *Mathematical Cognition, 1* (1), 3-34.

Baddeley, A.D. (2002). Is working memory still working? *European Psychologist, 7*(2), 85-97.

Baddeley, A.D., & Hitch, G.J. (2000). Development of working memory: should the Pascual-Leone and the Baddeley and Hitch models be merged? *Journal of experimental Child Psychology, 77*, 128-137.

Barrouillet, P. (1996). Ressources, capacités cognitives et mémoire de travail : postulats, métaphores et modèles. *Psychologie Française, 41*(4), 319-338.

Barrouillet, P., Camos, V., Perruchet, P., & Seron, X. (2004). ADAPT: A Developmental, Asemantic, and Procedural Model for Transcoding From Verbal to Arabic Numerals. *Psychological Review, 111*(2), 368-394.

Bernoussi, M. (2002). Contraintes mnésiques et développementales dans la connaissance des faits arithmétiques. In J. Bideaud et H. Le Halle (Eds). *Le développement des activités numériques chez l'enfant* (pp. 175-194). Paris : Hermès.

Bisanz, J. (1999). The development of mathematical cognition. *Journal of Experimental Child Psychology, 74*, 153-156.

Camos, V., Barrouillet, P. & Fayol, M. (2001). Does the coordination of verbal and motor information explain the development of counting in children? *Journal of Experimental Child Psychology, 78 (3),* 240-262.

Camos, V., Fayol, M. & Barrouillet, P. (1999). L'activité de dénombrement chez l'enfant : double tâche ou procédure ? *L'Année Psychologique, 99 (4)*, 623-645.

Engle, R.W. (1996). Working memory and retrieval: an inhibition-resource approach. In J.T.E. Richardson, R.W. Engle, L. Hasher, R.H. Logie, E.R. Stoltzfus & R.T. Zacks. *Working memory and human cognition* (pp. 89-119). Oxford: Oxford University Press.

Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre : du comptage à la résolution de problèmes*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

Fuson, K.C., Richards, J., & Briars, D.J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C.J. Brainerd (Ed.). *Children's logical and mathematical cognition* (pp. 33-92). New York: Springer-Verlag.

Geary, D.C., Hamson, C.O, & Hoard, M.K. (2000). Numerical and arithmetical cognition : a longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology, 77 (3),* 236-263.

Gelman, R., & Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number,* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Grégoire, J. (1996). *Evaluer les apprentissages. Les apports de la psychologie cognitive.* Bruxelles, De Boeck Université.

Imbert, D. (2003). Les différentes voies d'acquisition de la procédure de comptage chez des enfants d'âge préscolaire. In A. Vom Hofe, H. Charvin, J-L. Bernaud, & D. Guédon (Dir.), *Psychologie différentielle : recherches et réflexions* (pp. 137-143). Rennes, Presses Universitaires de Rennes.

Imbert, D. (2005). *Pluralité des voies d'acquisition du comptage, ressources cognitives et acquisitions numériques*. Thèse de doctorat de Psychologie non publiée, Université de Nantes, Nantes.

Klein, J.S., & Bizanz, J. (2000). Preschoolers doing arithmetic: The concepts are willing but the working memory is weak. *Canadian Journal of Experimental Psychology, 54 (2)*, 105-116.

Masse, C., & Lemaire, P. (2001). On strategic combination: A case study of parity and five-rule effects in arithmetic problem solving. *Psychological Research, 65,* 28-33.

Mayer, R.E. (1985). Mathematical ability. In R.J. Sternberg (Ed.), *Human abilities: An information-processing approach* (pp. 127-140). New York, Freeman & Co.

Pascual-Leone, J. (2000). Reflections on working memory: Are the two models complementary? *Journal of Experimental Child Psychology, 77*, 138-154.

Piaget, J., & Szeminska, A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant.* Neuchâtel, Delachaux et Niestlé.

Rasmussen, C., & Bisanz, J. (2005). Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology, 91*, 137-157.

Richardson, J.T.E. (1996a). Evolving concepts of working memory. In J.T.E. Richardson, R.W. Engle, L. Hasher, R.H. Logie, E.R. Stoltzfus & R.T. Zacks. *Working memory and human cognition* (pp. 3-30). Oxford: Oxford University Press.

Richardson, J.T.E. (1996b). Evolving issues of working memory. In J.T.E. Richardson, R.W. Engle, L. Hasher, R.H. Logie, E.R. Stoltzfus & R.T. Zacks. *Working memory and human cognition* (pp. 120-154). Oxford: Oxford University Press.

Riley, M.S., Greeno, J.G., & Helder, J.I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.

Simon, T.J. (1997). Reconceptualizing the origins of numerical knowledge: a "non-numerical" account. *Cognitive Development, 12*, 349-372.

Stern, E. (1993). What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children. *Journal of educational psychology, 85,* 7-23.

Thévenot, C., Coquin, D., & Verschaffel, L. (2006). La résolution de problèmes. In P. Barrouillet & V. Camos. *La cognition mathématique chez l'enfant* (pp.155-180). Solal :Marseille.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H., & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning, 1*, 195-229.